- $$Res_0 \frac{1}{e^z - 1 - z}$$

  Másodrendű pólus.

  $$\frac{1}{\sum_2^\infty z^n/n!} = \frac{1}{z^2/2} \frac{1}{1-(-z/3 - z^2/12 - ...)} = \frac{2}{z^2} \sum_0^\infty (-z/3 - z^2/12 - ...)^n$$

  $n = 0$-ra -2-ed rendű tagunk van, $n = 1$-re kapunk csak $z/z^2 = 1/z$ alakú tagot, tehát ezt tekintjük: $\frac{2}{z^2}(-z/3) = \frac{-2}{3z}$ vagyis $-2/3$ a reziduum.

- $$\int_{|z|=1} ctg(z) dz$$

  Tehát $\frac{cos(z)}{sin(z)}$-t integráljuk az egységkörön, mint ahogy az egyik háziban láttuk, a szinusznak pontosan azok a gyökei, amik a valós szinusznak ($k\pi$), ezek közül csak a $z = 0$ van az egységkörön belül, tehát a reziduum tétel szerint a fenti integrál $2\pi i Res_0 ctg(z)$-vel egyenlő. Ez egy egyszeres pólus, tehát $lim_0 z \cdot ctg(z)$-vel egyenlő. Átírva $lim_0 cos(z) \cdot \frac{z}{sin(z)}$, a szorzat mindkét tagja folytonos 0-ban, $cos(0) = 1$, és a másik tag limesze is 1, tehát az integrál értéke $2\pi i \cdot 1$.

- $$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin x} \, \mathrm{d}x$$

  Átírjuk a szinuszt: $\frac{1}{2+sin(x)} = \frac{1}{2+\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2}}$, bővítünk e^{ix}-el, 2-vel és i-vel:

  $$\frac{1}{i} \frac{2}{4e^{ix} + e^{2ix} - 1} e^{ix} i$$

  Ezt visszaírva az integrálba észrevesszük, hogy ugyan az a formula, mintha az $\frac{1}{i}\frac{2}{4x+x^2-1}$ rac. törtfüggvényt integrálnánk az egységkörön helyettesítéses integrálással, az egységkört e^{ix}-el paramtereznénk a $[0, 2\pi]$ intervallumon, ez a visszaírt integrál a reziduum tétellel kiszámolható. A két gyök $\alpha_\pm = \frac{-4\pm\sqrt{17}}{2}$, mivel $\sqrt{17} \sim 4$ a "minuszos" tag az egységkörön kívül, míg a "pluszos" tag belül van, ez egy egyszeres pólus, így az integrál a reziduumtétel miatt $2\pi i \frac{2}{i(\alpha_+ - \alpha_-)}$. Hiszen az integrandus reziduuma α_+-ban $lim_{\alpha_+}(x - \alpha_+)\frac{2}{i(x-\alpha_+)(x-\alpha_-)} = \frac{2}{i(\alpha_+ - \alpha_-)}$.