

Komplex differenciálhatóság

1. Igaz vagy hamis?

- (a) Ha az $f(z)$ függvény differenciálható a z_0 pontban, akkor $\overline{f(z)}$ differenciálható a z_0 pontban.
 (b) Ha $f(z)$ differenciálható z_0 -ban, akkor $f(\bar{z})$ differenciálható \bar{z}_0 -ban.
 (c) Ha $f(z)$ függvény differenciálható z_0 -ban, akkor $g(z) = \overline{f(\bar{z})}$ differenciálható \bar{z}_0 -ban.

2. Hol konvergálnak és mely reguláris függvényhez az alábbi hatványsorok?

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} (2z+1)^n \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} n(z+1)^n \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z)^n}{n}$$

3. Fejtsük hatványsorba a 0 körül az $f(z) = \frac{1}{z+1}$, $g(z) = \frac{1}{z^2+3z+2}$, és $h(z) = \frac{1}{(z+1)^2}$ függvényeket.

4. Milyen azonosságokat kaphatunk az $\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$ azonosság négyzetre emelésével, illetve deriválásával?

Elemi függvények

5. (a) Van-e valós értéke $(-1)^i$ -nek?
 (b) Számítsuk ki $\log(1+i)$ összes értékét.
 (c) Ábrázoljuk $(1-i)^i$ értékeit.
6. Van-e határértéke az e^{-1/z^4} függvénynek a 0-ban?
7. Ábrázoljuk a síkon a következő halmazt:

$$\left\{ e^z : 0 < \operatorname{Re} z < 1, 0 < \operatorname{Im} z < \frac{\pi}{2} \right\};$$

8. Mely $z \in \mathbb{C}$ -re teljesül $\sin z = 0$?

9. * Differenciálható-e 0-ban

$$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{\sin z} - \frac{1}{z} & \text{ha } z \neq k\pi \\ 0 & \text{ha } z = 0 \end{cases}$$