

7. Komplex függvénytan gyakorlat, 2021. március 24.

7.1. Igazoljuk, hogy ha az $f(z)$ függvény holomorf az a pont egy pontozott környezetében, és ott $|f(z)| > 1$, akkor a megszüntethető szingularitás vagy pólus.

7.2. Lehet-e az f függvény izolált szingularitása e^f -nek pólusa?

6.6. Hol vannak az alábbi függvényeknek izolált szingularitásai? **Mennyi ott a reziduum?**

$$\frac{e^z - z^3 + 8}{z^2 + 1} \quad \frac{e^z}{z^2 + 4} \quad \frac{e^z}{(z^2 - 1)^3}$$

7.4.

$$\operatorname{Res}_0 \frac{1}{\sin z - z} = ?$$

$$\operatorname{Res}_0 \frac{1}{\sin^3 z} = ?$$

7.5. A reziduum tétellel számítsuk ki az alábbi integrált:

$$\int_{|z|=1} \frac{\cos z}{e^z - 1} dz.$$

7.6. A reziduum tétellel számítsuk ki az alábbi integrált:

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \cos x} dx.$$

Gyakorló feladatok

7.7. Számoljuk ki a következő kifejezéseket a 7.4-7 feladatok mintájára:

$$\operatorname{Res}_0 \frac{1}{e^z - 1 - z} = ? \quad \int_{|z|=1} \operatorname{ctg}(z) dz = ? \quad \int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin x} dx = ?$$