

Komplex függvénytan Javító. ZH, 2021. május 18.

A dolgozatot 11:00-ig bezárólag kell leadni a megfelelő felületen lehetőleg **pdf formátumban**. Az egyes feladatokra adott megoldásokat **külön oldalra** kérjük leírni. Az utolsó feladat kivételével minden feladat 1 pontot ér, részpontoszám is szerezhető. A dolgozatra kapott jegy nagyjából az elért pontszámmal egyenlő, a hármashoz 3 pont, az ötöshöz 5 pont megszerzése szükséges, de csak egy jegyet lehet javítani.

A feladatok nem feltétlenül nehézség szerinti sorrendben vannak, a dolgozat megoldásához az előadáson elhangzottak használhatóak, **gyakorlaton szereplő állításokat levezetéssel kérjük leírni**. Jó munkát kívánunk!

1.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 2x + 2} dx?$$

2. Melyek azok a $k \in \mathbb{R}$ számok, melyekre van olyan $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ holomorf függvény, melyre minden $n \in \mathbb{N}$ esetén

$$f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n^k}?$$

3. Legyen $f(z) = \bar{z}$ a $B(0, 1)$ halmazon értelmezve. Van-e f -nek primitív függvénye?

4. Legyen $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ holomorf. Tegyük fel, hogy $|f(z)| \leq |z| + 1$. Igazoljuk, hogy ekkor f lineáris.

5. Képezzük le konforman az egységkört a $\mathbb{C} \setminus ((-\infty, -1) \cup (1, \infty))$ tartományt.

6. Adjuk meg az $f(z) = \frac{3}{z^2 - 7z + 10}$ függvény 0 körüli Laurent sorait, és a sorok konvergenciatartományait.

7. (1.5 pont)

$$\int_{|z|=1} \frac{dz}{z^8 + z^7 - 3z^2} = ?$$

$$\int_{|z|=8} \frac{dz}{z^8 + z^7 - 3z^2} = ?$$

8. Számoljuk ki az $(1 + i)^i$ összes értékét!

9.

$$\int_{|z|=3} \frac{1}{(z-1)(z-4)\sin(z)} dz = ?$$