

Komplex függvénytan Gyakorlati jegy utóvizsga 2021. május 21.

A dolgozatra 120 perc áll rendelkezésre, utána az előadás Canvas felületén **pdf formátumban** kell leadni. Az egyes feladatokra adott megoldásokat **külön oldalra** kérjük leírni. Minden feladat 1 pontot ér, részpontszám is szerezhető. A dolgozatra kapott jegy nagyjából az elért pontszám mínusz eggyel egyenlő, a ketteshez 3 pont szükséges.

Jó munkát!

1. Számoljuk ki az $(1 + i)^i$ összes értékét!

2.

$$\int_{|z|=3} \frac{1}{(z-2)(z-4)\sin(z)} dz = ?$$

3. Adjuk meg az $f(z) = \frac{3}{z^2 - 7z + 10}$ függvény 1 körüli Laurent sorait, és a sorok konvergenciatartományait.

4.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^4 + 1} dx?$$

5.

$$\operatorname{Res}_0 \frac{e^z}{\sin z - z} = ?$$

6. Legyen $f : B(0, 1) \rightarrow B(0, 1)$ olyan, melyre $f(0) = 0$ és f $B(0, 1)$ minden értékét multiplicitással számolva kétszer veszi fel. Igazoljuk, hogy ekkor $f(z) = z \cdot g(z)$, ahol $g : B(0, 1) \rightarrow B(0, 1)$ konform automorfizmus.

7. Adjunk meg olyan $f : (\operatorname{Im} z > 0) \rightarrow (\operatorname{Im} z > 0)$ holomorf leképezést, amely a felső félsík minden pontját multiplicitással számolva pontosan kétszer veszi fel.