

Matematika G1 negyedik feladatsor
2023/24/1

4.1. Feladat. Tekintsük a következő rekurzív sorozatokat

1. $a_1 = 6, a_{n+1} = 5 - \frac{6}{a_n},$
2. $a_1 = a \in \mathbb{R}, a_{n+1} = 2a_n^2 + a_n,$
3. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n^3 + 1},$
4. $a_1 = \sqrt{a}, a_{n+1} = \sqrt{a + a_n},$
5. $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$

Adjuk meg a határértékét, ha létezik!

4.2. Feladat. Legyen $a_1 = a \in \mathbb{R}^+, a_{n+1} = \frac{a_n + \frac{a}{a_n}}{2}.$ Számoljuk ki, hogy $\lim a_n = \sqrt{a}.$

4.3. Feladat. Vizsgáljuk meg az alábbi függvényeket értelmezési tartomány, értékkészlet, paritás és monotonitás szempontjából:

- | | |
|----------------------------|--------------------------------------|
| 1. $x \mapsto x$ | 6. $x \mapsto x^r, r \in \mathbb{R}$ |
| 2. $x \mapsto x^2$ | 7. $x \mapsto \sin(x)$ |
| 3. $x \mapsto \frac{1}{x}$ | 8. $x \mapsto \tan(x)$ |
| 4. $x \mapsto \sqrt{x}$ | 9. $x \mapsto e^x$ |
| 5. $x \mapsto \sqrt[3]{x}$ | 10. $x \mapsto \log(x)$ |

4.4. Feladat. Milyen a érték mellett lesz az $x \mapsto \frac{x^3 + ax^2 + x}{2x-1}$ függvény egy másodfokú függvénnyel egyenlő az $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ halmazon?

4.5. Feladat. Határozzuk meg az alábbi függvények értelmezési tartományát:

1. $\frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$
2. $\sqrt[3]{\frac{2x}{x^2-2x+2}}$
3. $\log(\cos(x))$
4. $\sqrt[4]{\log(\tan(x))}$

4.6. Feladat. Határozzuk meg a következő függvények értelmezési tartományát és értékkészletét:

1. $\frac{1}{2-\cos(3x)}$
2. $\frac{x}{1+x^2}$
3. $\log(1 - 2\cos(x))$
4. $\sqrt{2+x-x^2}$

4.7. Feladat. Mi az értelmezési tartománya az

1. $f(x-5)$
2. $f(4x)$
3. $f(\tan(x))$

függvényeknek, ha f értelmezési tartománya a $[0, 1]$ intervallum?