

Matematika G1 nyolcadik feladatsor

2023/24/1

8.1. Feladat. Keressük meg a következő függvények szélsőérték helyeit a derivált vizsgálatával.

1. $x^2 \sqrt[3]{x+2}$

4. $\max\{2|x|, |1+x|\}$

7. x^x

2. $|x-3| + |2x+1|$

5. $\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x$

3. $|x-1||x+2|$

6. $\cos x + \frac{\cos 2x}{2} + \frac{\cos 3x}{3}$

8. x^{-x^2}

8.2. Feladat. Határozzuk meg a deriváltak vizsgálatával, hogy az alábbi függvényeknek szélsőértéke van-e 0-ban, és ha igen milyen.

1. $e^{2x} + 2e^{-x}$

3. $\operatorname{ch}(x) + \cos x$

2. $(e^{-1} + x) \log(e^{-1} + x)$

4. $\sin(x) - x + \frac{x^3}{6}$

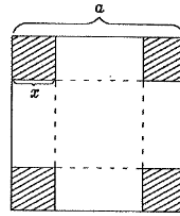
8.3. Feladat. Határozzuk meg az $f(x) = \operatorname{arctg}(4 - \sqrt{e - e^{x^2}})$ szélsőérték helyeit.

8.4. Feladat. Adott átfogójú derékszögű háromszögek közül melyiknek maximális a területe?

8.5. Feladat. Adott térfogatú egyenes hengerek közül melyiknek a legkisebb a felszíne?

8.6. Feladat. Határozzuk meg a $(2, 0) \in \mathbb{R}^2$ pont és az $x^2 + y^2 = 1$ egyenletű körvonal pontjai között a legkisebb távolságot.

8.7. Feladat. Egy a oldalú négyzet alakú lapból dobozt hajtogatunk úgy, hogy eltávolítunk a négy sarka körül kivágunk azonos kisebb négyzeteket az ábra szerint. Mely x -re lesz a kapott doboz térfogata maximális?



8.8. Feladat. A Fermat elv kimondja, hogy a fény két pont között azon az úton halad, melyet a legrövidebb idő alatt tesz meg. Mutassuk meg, hogy $\frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{\sin \alpha_2}{v_2}$ teljesül, ahol v_i a fény sebessége a két különböző anyagban, α_i pedig a fénysugár által bezárt szög a két anyag közötti felületen az ábra szerint.

