

1.zh G1 Matematika

1. Oldjuk meg a komplex számok halmazán a következő egyenletet:

$$z^2 \bar{z} = 5 + 10i \quad (3p)$$

2. Adjuk meg a komplex számsíkon az alábbi feltételeknek megfelelő pontok halmazát:

$$\operatorname{Re}(z) \leq \operatorname{Im}(z)$$

$$|z - 1| < 1$$

$$\operatorname{Im}(z^2) \geq 2 \quad (3p)$$

3. Állapítsuk meg az alábbi sorozat illetve függvény határértékeket: (L'Hospital nem alkalmazható)

a.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\sin 6x - \sin 7x} \quad (3p)$$

b.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - n + 5}{2n^2 + n + 5} \right)^{2n} \quad (4p)$$

4. Bizonyítsuk be teljes indukcióval:

$$\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)} \quad (4p)$$

5. Keresjük meg az $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$ függvény grafikonjának az $y=2x$ egyenessel párhuzamos érintőit. (3p)