

Matematika G2 nyolcadik gyakorlat
2023/24/2

Sorok befejezés

8.1. Feladat. *Vizsgáljunk konvergenciát az integrálkritériummal!*

$$1. \sum \frac{n}{e^n} \quad 2. \sum \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$$

8.2. Feladat. *Konvergensek-e az alábbi váltakozó előjelű sorok?*

$$1. \sum (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1} \quad 2. \sum (-1)^n \frac{n}{5n-2} \quad 3. \sum \frac{n}{a^n}, \text{ ahol } a < -1$$

8.3. Feladat. *Mely számsorozatok konvergensek, feltételesen vagy abszolút konvergensek illetve divergensek?*

$$1. \sum \frac{\sin n}{\sqrt[3]{n^4}} \quad 2. \sum \frac{(-1)^2}{n \log n} \quad 3. \sum \frac{(-1)^n}{n^2 \sqrt{n}} \quad 4. \sum (\sqrt[n]{n} - 1)^{2n} \quad 5. \sum \frac{i^n}{n} \quad 6. \sum \left(\frac{2-i}{3}\right)^n \quad 6. \sum \frac{n(2i-1)^n}{3^n}$$

Taylor sorok

8.4. Feladat. *Írjuk fel a következő függvények Maclaurin-sorát, és állapítsuk meg a konvergenciasugarat.*

$$1: a^x \quad 2: \sin(x+2) \quad 3: e^{x^2+1} \quad 4: \operatorname{ch}(x) \quad 5: \frac{1}{1-2x^2} \quad 6: \operatorname{arctg}(x) \quad 7: \frac{1}{x^2-5x+6}$$

8.5. Feladat (*). *Írjuk fel $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$, $\frac{x}{(1-x)(1-x^2)}$ és $\frac{\ln(1+x)}{1+x}$ Maclaurin sorát.*

8.6. Feladat. *Számítsuk ki megfelelő Taylor-sor segítségével a következő függvények értékeit az a helyen t tizedesjegy pontossággal.*

$$1: e^x \quad a = 1, t = 4 \quad 2: \sin(x) \quad a = \frac{\pi}{60}, t = 5$$

8.7. Feladat. *Számítsuk ki a következő integrálokat h pontossággal.*

$$1: \int_0^1 \frac{\operatorname{sh}(x)}{x} dx, h = 10^{-6} \quad 2: \int_0^1 e^{-x^2} dx, h = 10^{-4}$$

8.8. Feladat. *Határozzuk meg az alábbi számsorok összegét alkalmasan választott hatványsorok összegfüggvénye segítségével.*

$$1: \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{1}{2^{n+1}} \quad 2: \sum_1^{\infty} \frac{n}{(n+1)!} \quad 3: \sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!} \quad 4: \sum_0^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \quad 5: \sum_1^{\infty} \frac{n}{2^n}$$