

Matematika G2 kilencedik gyakorlat

2023/24/2

Második zh május 10. 10-12 órákor a sorokból!

Taylor sorok befejezés

9.1. Feladat. Számítsuk ki megfelelő Taylor-sor segítségével a következő függvények értékeit az a helyen t tizedesjegy pontossággal.

$$1: e^x \text{ a} = 1, t = 4 \quad 2: \sin(x) \text{ a} = \frac{\pi}{60}, t = 5$$

9.2. Feladat. Számítsuk ki a következő integrálokat h pontossággal.

$$1: \int_0^1 \frac{sh(x)}{x} dx, h = 10^{-6} \quad 2: \int_0^1 e^{-x^2} dx, h = 10^{-4}$$

9.3. Feladat. Határozzuk meg az alábbi számsorok összegét alkalmasan választott hatványsorok összegfüggvénye segítségével.

$$1: \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{1}{2^{n+1}} \quad 2: \sum_1^{\infty} \frac{n}{(n+1)!} \quad 3: \sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!} \quad 4: \sum_0^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \quad 5: \sum_1^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

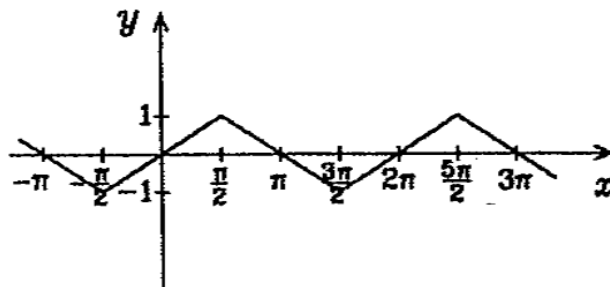
Fourier sorok

9.4. Feladat. Írjuk fel a következő $2p$ szerint periodikus függvények Fourier sorait, és vizsgáljuk meg hogy hol állítja elő a függvényt!

$$1. \pi^2 - x^2 \quad x \in (-\pi, \pi] \quad 2. \sin(x) \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \quad 3. |x| - 1 \quad x \in (-1, 1]$$

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \in (-\pi, 0] \\ 0 & x \in (0, \pi] \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -2x & x \in (-\pi, 0] \\ 3x & x \in (0, \pi] \end{cases}$$

9.5. Feladat. Adjunk meg a Fourier sort, ha az összegfüggvényének a grafikonja az alábbi:



9.6. Feladat. Számítsuk ki a $\sum_0^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ sor összegét az $f(x) = \text{sgn}(x) \quad x \in (-\pi, \pi]$ függvény Fourier sora segítségével.

Számítsuk ki a $\sum_1^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$ sor összegét a $\sin(x)$ függvény Fourier sorának segítségével.

9.7. Feladat (*). Számítsuk ki a $\sum_0^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{16n^2+16n+3}$ sor összegét a $\sin(x/2) \quad x \in (-\pi, \pi]$ függvény segítségével!