

2. Pótpót ZH, 2024. május 29, 8.15-9.45, IE 217-1.

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, és a **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép, mobiltelefon, tévé, rádió, ventilátor, mikrohullámú sütő, porszívó, fűnyíró használata és a dolgozatírás közben történő együttműködés.

1. G csúcsai $v_{i,j}$, $1 \leq i \leq 5$, $1 \leq j \leq 2$. A $v_{i,j}$ és $v_{k,l}$ különböző csúcsok össze vannak kötve, ha

vagy $i = k$,

vagy $|i - k| = 1$,

vagy $|i - k| = 4$.

Határozzuk meg az $\alpha(G)$, $\nu(G)$, $\tau(G)$, $\rho(G)$ értékeket.

2. G egyszerű gráf, 9 csúcsa van és minden csúcs foka 4. Bizonyítsuk be, hogy $\alpha(G) \geq 3$.

3. G egyszerű gráf, 2024 csúcsa van, nincs izolált csúcsa, és $\rho(G) = 1956$. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G) \leq 137$.

4. G csúcsai $v_{i,j}$, $1 \leq i \leq 5$, $1 \leq j \leq 3$. A $v_{i,j}$ és $v_{k,l}$ különböző csúcsok össze vannak kötve, ha

vagy $i = k$,

vagy $|i - k| = 1$,

vagy $|i - k| = 4$.

(Vigyázat ez a gráf nem azonos az 1. feladat gráfjával!) Határozzuk meg $\chi'(G)$ -t.

5. G csúcsai a 4 hosszú $0-1$ sorozatoknak felelnek meg. (Vagyis olyan 4 hosszú sorozatoknak, amelyeknek minden eleme 0 vagy 1.) Két csúcs pontosan akkor van összekötve éllel, ha a két megfelelő sorozat pontosan egy helyen tér el egymástól. Bizonyítsuk be hogy G nem síkgráf.

6. A G összefüggő síkbarajzolt gráf minden lapjának 5 vagy 8 oldala van. Bizonyítsuk be, hogy nem lehet pontosan 21 csúcsa.

Kombinatorika és gráfelmélet I
2. pótpótZH, 2022. május 24, 8.15-9.45, IE 217-1

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írászeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép, mobiltelefon, tévé és rádió használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

1. A G gráf csúcsai $v_1, \dots, v_{60}$. A v_i és v_j csúcsok ($i \neq j$) akkor és csak akkor vannak összekötve, ha $i - j - 1$ vagy $j - i - 1$ osztható 5-tel.

Határozzuk meg $\alpha(G)$ -t.

2. A G 100 csúcsú gráfban nincs izolált pont, $\rho(G) = 60$. Bizonyítsuk be, hogy $\alpha(G) \geq 9$.

3. G ismét egy 100 csúcsú gráf. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \geq 20$. ($\overline{G}$ a G komplementer gráfja)

4. G a királygráf, vagyis G csúcsai megfelelnek a 8-szor 8-as sakktábla mezőinek, két csúcs akkor és csak akkor van összekötve, ha a megfelelő mezők király lépésre vannak egymástól.

a. Határozzuk meg $\chi'(G)$ -t.

b. Adjuk meg G éleinek egy színezését $\chi'(G)$ színnel.

5. A G 100 csúcsú síkgráf. Bizonyítsuk be, hogy $\tau(G) \leq 75$.

6. A G egyszerű síkbarajzolt gráfnak 3 haromszög, 4 négyszög és 5 ötszög tartománya van, beleértve a végtelen tartományt is, és más tartománya nincs.

Hány csúcsa van?