

1. pótZH, 2022. május 20, 10.15-11.45, T 601/2

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép, mobiltelefon, tévé és rádió használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

1. Hány fa van a $v_1, v_2, \dots, v_8$ csúcsokon, ahol $d_1 + d_2 + d_3 = 9$? (d_i a v_i fokszáma)

2. A G teljes gráf csúcsai $v_1, v_2, \dots, v_6$. A $v_i v_j$ ($i \neq j$) él súlya x^{i+j} .

Adjuk meg a minimális összsúlyú feszítőfa súlyát x függvényében (és bizonyítsuk be, hogy ennyi), ahol $0 < x$ tetszőleges valós szám.

3. Legfeljebb hány éle lehet egy egyszerű 100 csúcsú gráfnak, ha van Euler körsétája?

4. A $G(s, t, c_1)$ hálózatban a maximális folyam nagysága M_1 , $G(s, t, c_2)$ hálózatban, M_2 , a $G(s, t, c_1 + c_2)$ hálózatban pedig M_3 . Bizonyítsuk be, hogy $M_3 \geq M_1 + M_2$.

5. A $G(s, t, c)$ hálózatban a maximális folyam nagysága 10, e és f két él. Ha $G(s, t, c)$ -ben e kapacitását eggyel növeljük (a többi kapacitást nem változtatjuk) a maximális folyam nagysága 11 lesz. Ha $G(s, t, c)$ -ben f kapacitását eggyel növeljük (a többi kapacitást nem változtatjuk) a maximális folyam nagysága megint 11 lesz. Mennyi lesz a maximális folyam nagysága, ha $G(s, t, c)$ -ben e és f kapacitását $1/2$ -del növeljük (a többi kapacitást nem változtatjuk)?

6. A G páros gráf két osztálya A és B , A csúcsai $u_1, u_2, \dots, u_{10}$, B csúcsai $v_1, v_2, \dots, v_{10}$. Az u_i és v_j csúcsok akkor és csak akkor vannak összekötve, ha $i \cdot j$ osztható 3-mal. Határozzuk meg $\tau(G)$ -t.