

2. pótZH, 2022. május 20, 10.15-11.45, T 601/2

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írászeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép, mobiltelefon, tévé és rádió használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

Segítség: $\tau(G)$: lefogó pontok minimális száma, $\nu(G)$: független élek maximális száma, $\rho(G)$: lefogó élek minimális száma, $\alpha(G)$: független pontok maximális száma, $\omega(G)$: klikkszám, $\chi(G)$: kromatikus szám, $\chi'(G)$: élkromatikus szám, $\kappa(G)$: pont-összefüggőségi szám, $\lambda(G)$: él-összefüggőségi szám.

1. A G gráf csúcsai $v_1, \dots, v_{60}$. A v_i és v_j csúcsok ($i \neq j$) akkor és csak akkor vannak összekötve, ha ij osztható 6-tal.

a. Határozzuk meg $\nu(G)$ -t.

b. Legkevesebb hány élt kell hozzávenni G -hez, hogy legyen benne teljes párosítás?

2. A G 100 csúcsú gráfban nincs izolált pont, $\alpha(G) = 8$. Bizonyítsuk be, hogy $\rho(G) \leq 54$.

3. G ismét egy 100 csúcsú gráf, $\tau(G) = 20$. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(\overline{G}) \geq 80$. ($\overline{G}$ a G komplementer gráfja)

4. G a lógráf, vagyis G csúcsai megfelelnek a 8-szor 8-as sakktábla mezőinek, két csúcs akkor és csak akkor van összekötve, ha a megfelelő mezők lólépésre vannak egymástól.

a. Határozzuk meg $\chi'(G)$ -t.

b. Adjuk meg G éleinek egy színezését $\chi'(G)$ színnel.

5. A G 100 csúcsú gráfból akárhogyan elhagyunk egy élt, a kapott gráf síkgráf. Bizonyítsuk be, hogy $\alpha(G) \geq 25$.

6. Tetszőleges G síkbarajzolt gráfra $n(G)$ a csúcsok száma, $e(G)$ az élek száma és $t(G)$ a tartományok száma. Határozzuk meg $t(G)$ maximális értékét, ha G tetszőleges 10 csúcsú, 23 élű, egyszerű síkbarajzolt gráf lehet.