

1. pótpótZH, 2022. május 24, 8.15-9.45, IE 217-1

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép, mobiltelefon, tévé és rádió használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

1. F egy fa a $v_1, v_2, \dots, v_7$ csúcsokon. Maximum hány különböző fokszerű csúcsa lehet?

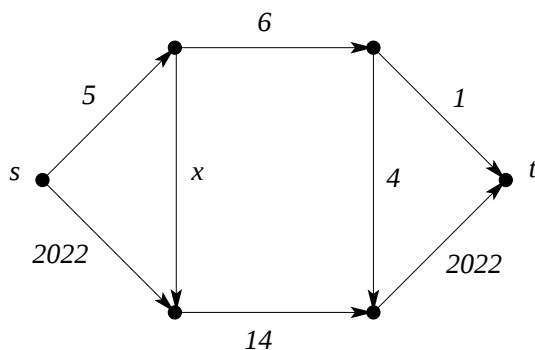
2. A G teljes gráf csúcsai $v_1, v_2, \dots, v_{10}$. A $v_i v_j$ ($i \neq j$) él súlya $1/x$, ha $i + j$ páros és x , ha $i + j$ páratlan. Adjuk meg a minimális összsúlyú feszítőfa súlyát x függvényében (és bizonyítsuk be, hogy ennyi), ahol $0 < x$ tetszőleges valós szám.

3. a. G egy 2022 csúcsú egyszerű gráf, minden csúcs foka 1012. Bizonyítsuk be, hogy G -nek van Euler körsétája.

b. Bizonyítsuk be, hogy az állítás már nem feltétlenül teljesül, ha minden csúcs foka 1010 (1012 helyett).

4. Legyen $0 \leq M \leq 100$. Mutassunk egy $G(s, t, c_1)$ és egy $G(s, t, c_2)$ hálózatot (G, s, t ugyanaz, csak a kapacitások különböznek) úgy, hogy $G(s, t, c_1)$ -ben a maximális folyam nagysága 100, $G(s, t, c_2)$ -ben is 100, és a $G(s, t, \min(c_1, c_2))$ hálózatban pedig M .

5. Tetszőleges $x \geq 0$ számra legyen $m(x)$ az alábbi hálózatban a maximális folyam nagysága. Határozzuk meg az $m(x)$ függvényt.



6. A G páros gráf két osztálya A és B , A csúcsai $u_1, u_2, \dots, u_{100}$, B csúcsai $v_1, v_2, \dots, v_{100}$. Az u_i és v_j csúcsok akkor és csak akkor vannak összekötve, ha $i \cdot j$ osztható 10-zel. Határozzuk meg $\nu(G)$ -t.

Kombinatorika és gráfelmélet I
2. pótpótZH, 2022. május 24, 8.15-9.45, IE 217-1

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép, mobiltelefon, tévé és rádió használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

1. A G gráf csúcsai $v_1, \dots, v_{90}$. A v_i és v_j csúcsok ($i \neq j$) akkor és csak akkor vannak összekötve, ha $i - j - 1$ vagy $j - i - 1$ osztható 5-tel.

Határozzuk meg $\alpha(G)$ -t.

2. A G 100 csúcsú gráfban nincs izolált pont, $\rho(G) = 60$. Bizonyítsuk be, hogy $\alpha(G) \geq 9$.

3. G ismét egy 100 csúcsú gráf. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \geq 20$. ($\overline{G}$ a G komplementer gráfja)

4. G a királygráf, vagyis G csúcsai megfelelnek a 8-szor 8-as sakktábla mezőinek, két csúcs akkor és csak akkor van összekötve, ha a megfelelő mezők király lépésre vannak egymástól.

a. Határozzuk meg $\chi'(G)$ -t.

b. Adjuk meg G éleinek egy színezését $\chi'(G)$ színnel.

5. A G 100 csúcsú síkgráf. Bizonyítsuk be, hogy $\tau(G) \leq 75$.

6. A G egyszerű síkbarajzolt gráfnak 3 háromszög, 4 négyszög és 5 ötszög tartománya van, beleértve a végtelen tartományt is, és más tartománya nincs.

Hány csúcsa van?