

KONFLIKTUSGRÁF FRISSÍTÉSÉNEK ÖSSZIDEJE:

minden horizontélnél amikor meg akarjuk határozni az őt tartalmazó új lap szomszédait a konfliktusgráfban, akkor az eddigi 3d konvex burokból vele szomszédos két lapot látó pontok jönnek szóba. avagy a konfliktus gráfban ezekkel a lapokkal szomszédos csúcsoknak megfelelő pontok. ezeket a pontokat kell végignézni és amelyik látja az új lapot, azzal kötni össze az új konfliktusgráfban az új lapot.

definíció: ha e a $C(P_r)$ éle, akkor legyen $K_r(e) = [e\text{-t látó pontok halmaza } (P \setminus P_r)\text{-ben}] = [e\text{-vel } C(P_r)\text{-ben szomszédos két lap legalább egyikét látó pontok halmaza } (P \setminus P_r)\text{-ben}]$.

tehát ezt elég becsülnünk felülről (r az aktuális lépés indexe):

$$\sum_{r=1}^n \sum_{[e \text{ horizonton } r+1. \text{ lépésben}]} |K_r(e)|$$

adjuk össze $|K_r(e)|$ -t minden élre és utána vegyük c/r részét mert nekünk csak horizontélekre kell összeadnunk, és egy él max c/r valószínűséggel lesz horizontél az r . lépésben (mert mindkét végpontja q szomszédja kell legyen, viszont q -nak várhatóan konstans a foka, tehát egy fix csúcs c/r eséllyel lesz a q szomszédja).

egy adott q épp azon e élekre van $K_r(e)$ -ben, amik vagy egy q -t tartalmazó lapra kerülnének vagy eltűnnének ha q -t vennénk P_r -hez. tehát:

$$\leq \sum_{r=1}^n \frac{c}{r} \sum_{q \notin P_r} [[C(P_r \cup \{q\})\text{-ben } q \text{ foka}] + [P_r \rightarrow P_r \cup \{q\} \text{ során eltűnő élek száma}]]$$

q -ra szummázva ugyanaz mintha egy random q -ra vennénk és szoroznánk $(n-r)$ -rel, vegyük észre, hogy p_{i+1} pedig épp egy random q szerepét játssza.

továbbá r . lépésben az eltűnt élek száma max c -szer nagyobb az eltűnt lapok számánál (Euler tétel a horizont egyik oldalán levő síkgráfra). tehát:

$$\leq \sum_{r=1}^n \frac{c}{r} c'(n-r) [E(C(P_{r+1})\text{-ben } p_{r+1} \text{ foka}) + E(P_r \rightarrow P_{r+1} \text{ során eltűnt lapok száma})]$$

$E(P_r \rightarrow P_{r+1} \text{ során eltűnt lapok száma})$ elemzése: egy fix random esetben lehet r helyett minden eltűnt lapra csinálni a szummát, ekkor egy tetszőleges Δ lap kontribúciója $c''(n-r)/r$, ahol r az a lépés, amikor eltűnt. viszont az a lépés, i , amikor keletkezett Δ , arra $i < r$, és így $(n-i)/i > (n-r)/r$, tehát ha a szummában a kontribúciót lecserélem $c''(n-i)/i$ -re ahol i az a lépés amikor Δ keletkezett, akkor nagyobb lesz az összeg. mivel ez minden fix random esetben teljesül, így a képletben az eltűnt lapok száma lecserélhető a keletkezett lapok számára, és ezután újra tekinthetem a szummát r -re lapokra való szummázás helyett. tehát:

$$\leq \sum_{r=1}^n \frac{c}{r} c'(n-r) [E(C(P_{r+1})\text{-ben } p_{r+1} \text{ foka}) + E(P_r \rightarrow P_{r+1} \text{ során keletkezett lapok száma})]$$

p_{r+1} várható foka konstans (volt, hogy max 6 az euler tétel miatt), az $(r+1)$. körben keletkezett lapok száma max ugyanennyi, tehát:

$$\leq \sum_{r=1}^n c''(n-r)/r = O(n \log n)$$

Q.E.D.