

1. Alapfeladatok

1. A számegyenes 0 pontjából egy bolha indul, minden másodpercben véletlenszerűen ugrik jobbra vagy balra egyet. Mekkora a valószínűsége, hogy valaha ráugrik a (-1) -re?
2. Egy dobókockával addig dobálunk, amíg kétszer egymás után hatost nem dobunk. Mennyi a dobásaink számának várható értéke?
3. Egy vizsgaidőszak előtt az évfolyam 50 egyformán felkészült hallgatóból áll. 5 tantárgyból vizsgázik mindenki, melyeken a (galád) vizsgáztatók 5-5 embert (teljesen véletlenszerűen) megbuktatnak, egy hallgatót esetleg többen is. Mennyi a sikeresen vizsgázó (vagyis egy tantárgyból sem bukó) hallgatók számának várható értéke?
4. Egy egység sugarú körlapban véletlenszerűen választunk egy pontot. Mekkora a pont középponttól való távolságának várható értéke?
5. Aladár megrögzötten gyűjti a Spar ajándék matricáit, minden 2000 forint vásárlás után ingyen kap 5 matricát. Szeretné kigyűjteni a teljes albumot, amihez szüksége lesz mind a 200 féle matricára. Tegyük fel, hogy minden matrica amit kap véletlenszerű. Várhatóan hány matricát kell összegyűjtenie, hogy mind a 200 féleből legyen neki legalább egy? Mennyi pénzt kell ehhez a Sparban elköltenie?
6. Egy baktériumfajta minden példánya időegységenként p valószínűséggel kettéosztódik, $1 - p$ valószínűséggel elpusztul. Kezdetben egy baktériumunk van. Mekkora a valószínűsége, hogy a baktériumfaj kihalt?

2. Ismerd fel a nevezetes eloszlást!

1. Tegyük fel, hogy az új internetelőfizetők mindegyike a többiekétől függetlenül 20% valószínűséggel speciális kedvezményt kap. Mennyi a valószínűsége, hogy 10 ismerősünk közül, akik most fizettek elő, legalább négyen részesülnek a kedvezményben?
2. Négy szabályos dobókockával dobunk sokszor egymás után addig, amíg elő nem fordul, hogy a négy dobásból legalább három hatos. Jelölje Y , hogy hányszor kell dobni ehhez. Adjuk meg Y eloszlását.
3. Pisti minden nap leül felesezni. Először megiszik egy pohárral, majd ezután minden pohár után (egymástól függetlenül) 0.4 valószínűséggel iszik még egyet. Mi az általa hetente megivott felesek számának eloszlása? (A napi mennyiségek is függetlenek egymástól.)
4. Egy forgalmas útszakaszon azt figyelik, hogy öt perc alatt hány autó lépi át a megengedett sebességhatárt. A tapasztalatok alapján feltételezzük, hogy annak valószínűsége, hogy van ilyen autó, ugyanannyi, mint annak, hogy nincs. Milyen eloszlást használhatunk (további információ hiányában) a gyorshajtók számának modellezésére? Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan három autó lépi át a megengedett sebességhatárt öt perc alatt?
5. Válasszunk egy számot 1 és n között, mindegyiket azonos valószínűséggel. Mennyi a kiválasztott szám várható értéke?
6. A francia labdarúgó-válogatott keretében huszonhárom játékos van, közülük hárman kapusok. A szövetségi kapitány a holnapi mérkőzésre a 11 kezdőjátékost teljesen véletlenszerűen választja ki. Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan kettő kapus fog szerepelni?

Tanulságok:

- Keressünk valószínűségi változókat ezekben (és a korábbi) feladatokban!
- Mit mondhatunk valószínűségi változók összegének várható értékéről?

Beadható házi feladat: Szabályos pénzérmével addig dobunk, amíg először elő nem fordul az *IFI* kombináció (azaz egy írás, egy fej, és egy újabb írás közvetlenül egymás után). Mennyi az ehhez szükséges dobások számának várható értéke? (Részpontoszáért: ugyanez a kérdés *IF*-re).

3. Gyakorló feladatok

1. Egy tízemeletes ház földszintjén 15 ember száll be a liftbe. Egymástól függetlenül mindenki választ a 10 emelet közül egyet (mindegyiket azonos valószínűséggel), ahol kiszáll. Várhatóan hány emeleten áll meg a lift? Csak a kiszállásokat vesszük figyelembe, vagyis a lift ott áll meg, ahol legalább egy ember kiszáll.
2. Öt házaspár leül véletlenszerű sorrendben egy kerek asztal köré (minden elhelyezkedés egyformán valószínű). Mennyi az olyan házaspárok számának várható értéke, akik egymás mellett ülnek?
3. Egy kalapban 9 cédula van, ezeken az $1, 2, \dots, 9$ számok szerepelnek. Addig húzunk visszatevéssel, amíg 5-nél nagyobb számot nem kapunk (minden húzásnál minden cédulát azonos valószínűséggel választunk). Mennyi a kihúzott számok összegének a várható értéke?