

Bevezetés a valószínűségszámításba gyakorlat, 2023.

4. feladatsor

Feladatok:

1. A számegegyenes 0 pontjából egy bolha indul, minden másodpercben véletlenszerűen ugrik jobbra vagy balra egyet. Mekkora a valószínűsége, hogy valaha ráugrik a (-1) -re?
2. Egy dobókockával addig dobálunk, amíg kétszer egymás után hatost nem dobunk. Mennyi a dobásaink számának várható értéke?
3. Egy vizsgaidőszak előtt az évfolyam 50 egyformán felkészült hallgatóból áll. 5 tantárgyból vizsgázik mindenki, melyeken a (galád) vizsgáztatók 5-5 embert (teljesen véletlenszerűen) megbuktatnak, egy hallgatót esetleg többen is. Mennyi a sikeresen vizsgázó (vagyis egy tantárgyból sem bukó) hallgatók számának várható értéke?
4. Egy egység sugarú körlapban véletlenszerűen választunk egy pontot. Mekkora a pont középponttól való távolságának várható értéke?
5. Aladár megrögzötten gyűjti a Spar ajándék matricáit, minden 2000 forint vásárlás után ingyen kap 5 matricát. Szeretné kigyűjteni a teljes albumot, amihez szüksége lesz mind a 200 féle matricára. Tegyük fel, hogy minden matrica amit kap véletlenszerű. Várhatóan hány matricát kell összegyűjtenie, hogy mind a 200 féleből legyen neki legalább egy? Mennyi pénzt kell ehhez a Sparban elköltenie?
6. Egy baktériumfajta minden példánya időegységenként p valószínűséggel kettéosztódik, $1 - p$ valószínűséggel elpusztul. Kezdetben egy baktériumunk van. Mekkora a valószínűsége, hogy a baktériumfaj kihál?

Ismerd fel a nevezetes eloszlást!

1. Tegyük fel, hogy az új internetelőfizetők mindegyike a többiektől függetlenül 20% valószínűséggel speciális kedvezményt kap. Mennyi a valószínűsége, hogy 10 ismerősünk közül, akik most fizettek elő, legalább négyen részesülnek a kedvezményben?
2. Négy szabályos dobókockával dobunk sokszor egymás után addig, amíg elő nem fordul, hogy a négy dobásból legalább három hatos. Jelölje Y , hogy hányszor kell dobni ehhez. Adjuk meg Y eloszlását.
3. Pisti minden nap leül felesezni. Először megiszik egy pohárral, majd ezután minden pohár után (egymástól függetlenül) 0.4 valószínűséggel iszik még egyet. Mi az általa hetente megivott felesek számának eloszlása? (A napi mennyiségek is függetlenek egymástól.)
4. Egy forgalmas útszakaszon azt figyelik, hogy öt perc alatt hány autó lépi át a megengedett sebességhatárt. A tapasztalatok alapján feltételezzük, hogy annak valószínűsége, hogy van ilyen autó, ugyanannyi, mint annak, hogy nincs. A gyorshajtók számát Poisson-eloszlásúnak feltételezve mennyi a valószínűsége, hogy pontosan három autó lépi át a megengedett sebességhatárt öt perc alatt?
5. Lottóhúzás.

Tanulságok:

- Keressünk valószínűségi változókat ezekben (és a korábbi) feladatokban!
- Mit mondhatunk valószínűségi változók összegének várható értékéről?