

Bevezetés a valószínűségszámításba gyakorlat, 2023.

6. feladatsor

Feladatok:

1. Legyenek az X diszkrét valószínűségi változó értékei $-2, 1, 3$, a következő valószínűségekkel:

$$P(-2) = 1/2, \quad P(1) = 1/3, \quad P(3) = 1/6.$$

Rajzoljuk fel az $F(x)$ eloszlásfüggvényt!

2. Húzzunk egy franciakártya-csomagból két lapot visszatevés nélkül. Jelölje X a kihúzott kárók, Y az ászok számát. (Ötvenkét lap van a csomagban, ebből 13 káró és 4 ász, káró ászból pedig egy van.)

- (a) Adjuk meg X és Y együttes eloszlását.
- (b) Igaz-e, hogy X és Y függetlenek?
- (c) Mennyi $X + Y$ várható értéke? Mennyi $3X + 5Y$ várható értéke?

3. Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ c \cdot x, & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Mennyi c értéke? Mennyi annak valószínűsége, hogy X értéke $1/4$ és $1/2$ közé esik? Mennyi a valószínűsége, hogy $1/2$ és $3/4$ közé esik? Határozzuk meg X eloszlásfüggvényét.

4. Mennyi az ötöslottón kihúzott számok összegének várható értéke?
5. Egy tízemeletes ház földszintjén 15 ember száll be a liftbe. Egymástól függetlenül mindenki választ a 10 emelet közül egyet (mindegyiket azonos valószínűséggel), ahol kiszáll. Várhatóan hány emeleten áll meg a lift?
6. Tegyük fel, hogy egy ember reakcióideje másodpercben mérve exponenciális eloszlású $\lambda = 2$ paraméterrel.
- (a) Határozzuk meg a reakcióidő eloszlás- és sűrűségfüggvényét!
 - (b) Mennyi a valószínűsége, hogy a reakcióidő legalább 0,5 másodperc?
 - (c) Mennyi a valószínűsége, hogy a reakcióidő legalább 1 másodperc?
 - (d) Mennyi a valószínűsége, hogy a reakcióidő 1 és 2 másodperc közé esik?
 - (e) Feltéve, hogy a reakcióidő legalább 1 másodperc, mennyi a valószínűsége, hogy a reakcióidő legalább 2 másodperc?
 - (f) Milyen t -re igaz, hogy a reakcióidő pontosan $1/2$ valószínűséggel lesz t -nél kisebb?

7. Legyen X sűrűségfüggvénye $\frac{c}{x^4}$ ha $x > 1$, és 0 különben.

- (a) Mennyi c értéke?
- (b) Számítsuk ki X momentumait minden olyan $k \geq 1$ -re, melyre ez véges.
- (c) Mennyi X szórása?

8. Egy cukrászdában a naponta fagyaltozók számáról azt tudjuk, hogy a kis adagot kérők száma (ez legyen X), Poisson-eloszlású 50 paraméterrel, a nagy adagot kérők száma Poisson-eloszlású 150 paraméterrel (ez legyen Y), és hogy X és Y függetlenek. A kis adag ára 300 forint, a nagyé 500.

- (a) Mennyi a napi bevétel várható értéke, illetve szórása?
- (b) Számítsuk ki X -nek és napi bevételnek a korrelációs együtthatóját.