

# Bevezetés a valószínűségszámításba gyakorlat, 2023.

## 7. feladatsor

### Feladatok:

- Legyen  $X$  egyenletes eloszlású az  $[1, 4]$  intervallumon. Számítsuk ki  $(X - 1)^2$  várható értékét!
- Egy osztályba 16 fiú és 20 lány jár. Tegyük fel, hogy minden tanítási napon egymástól függetlenül a fiúk  $0,04$ , a lányok  $0,05$  valószínűséggel hiányoznak. Legyen  $X$  a jövő hétfőn hiányzó fiúk,  $Y$  pedig a jövő hétfőn hiányzó lányok száma.
  - Számítsuk ki az összes jövő hétfői hiányzó, vagyis  $X + Y$  várható értékét.
  - Számítsuk ki  $X$ ,  $Y$  és  $X + Y$  szórását.
  - Mennyi  $X$  és  $Y$  kovarianciája?
  - Mennyi  $X$  és  $X + Y$  kovarianciája?
  - Mennyi  $X$  és  $X + Y$  korrelációs együtthatója?
- Egy szabályos dobókockát kétszer feldobunk. Legyen  $X$  a dobások összege,  $Y$  a különbségük. Számítsuk ki  $\text{cov}(X, Y)$ -t és  $R(X, Y)$ -t! Független-e  $X$  és  $Y$ ?
- Tegyük fel, hogy egy ember (szisztolés) vérnyomása minden mérésnél  $120$  Hgmm várható értékű,  $10$  szórású valószínűségi változó. Legyen  $X$  és  $Y$  két vérnyomásmérés eredménye, és tegyük fel, hogy elég sok idő eltelt a két mérés között ahhoz, hogy feltehessük, hogy a mérési eredmények egymástól függetlenek.
  - Mennyi a két mérés átlagának várható értéke és szórása?
  - Mennyi lenne a mérések átlagának várható értéke és szórása  $n = 10$ , illetve  $n = 100$  mérés esetén?
  - Ha  $n$  mérés van, mennyi az első  $k$  mérés átlagának és az összes mérés átlagának a korrelációs együtthatója?
- Egy elektromos vezetékgyártó cég  $40$  m-es vezetékeket gyárt  $0,2$  m szórással. Legfeljebb mennyi annak a valószínűsége, hogy a vezeték hossza legalább  $1$  m-rel eltér a várható  $40$  m-es értéktől? Mennyi a pontos érték, ha feltesszük még azt is, hogy a hossz normális eloszlású?

### Házi feladat:

- Legyenek  $X$  és  $Y$  független Poisson-eloszlású valószínűségi változók,  $\mathbb{E}[X] = 4$ ,  $\mathbb{E}[Y] = 10$ .
  - Mennyi  $X + Y$  várható értéke?
  - Mennyi  $X + Y$  szórása?
  - Mennyi  $X$  és  $X + Y$  korrelációs együtthatója?
  - Mennyi  $2X + 3Y$  és  $X - Y$  kovarianciája?
  - Mennyi  $2X - Y$  szórása?