

A. feladatsor

1. feladat-(a)

Bevezetjük a háromváltozós ! műveletet. $A!B!C$ akkor igaz, ha pontosan egy argumentuma igaz.

Írja fel az új művelet igazságtábláját.

Fejezze ki az új műveletet a \neg, \wedge, \vee műveletekkel KKNF vagy KDNF alakban.

Egyszerűsítse a felírt formulát a McCluskey algoritmussal.

10

10

5

A	B	C	A!B!C	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5
i	i	i	h			*		
i	i	h	h				*	
i	h	i	h				*	
i	h	h	i	*				
h	i	i	h				*	
h	i	h	i		*			
h	h	i	i			*		
h	h	h	h					*

$\Sigma = 1102$

KDNF

$\psi \equiv \psi_1 \vee \psi_2 \vee \psi_3 \equiv (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$

McCluskey

ψ nem egyszerűsíthető tovább.

25

KKNF

$\psi \equiv \psi_1 \wedge \psi_4 \wedge \psi_3 \wedge \psi_5 \wedge \psi_5 \equiv (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B \vee C)$

McCluskey

- 1) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$
- 2) $\neg A \vee \neg B \vee C$
- 3) $\neg A \vee B \vee \neg C$
- 4) $\neg A \vee B \vee C$
- 5) $A \vee B \vee C$

- 1)2) \rightarrow a) $(\neg A \vee \neg B) \wedge$
- 1)3) \rightarrow b) $(\neg A \vee \neg C) \wedge$
- 1)4) \rightarrow c) $(\neg B \vee \neg C) \wedge$
- 5) \rightarrow d) $(A \vee B \vee C)$

ideaz $\equiv (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee C)$

L

10

2. feladat -(a)

Feltételek:

1. "Rozi vagy Kati tud angolul" következik abból, hogy "ha nem igaz, hogy egyikük sem tud angolul, akkor Rozi tud angolul"
2. Rozi tud angolul.

Következmény-e, hogy "ha Kati nem tud angolul akkor Rozi tud angolul"

- a) Formalizáljon, 10
- b) állítsa elő a klózhalmazt és 10
- c) mutassa meg rezolúciós levezetéssel, hogy "Anna tanul" valóban következmény. 5
- d) Mutassa meg, hogy a kapott klózhalmaz szemantikus fája zárt. 10

a) $T(x) : x \text{ tud angolul}$
 $K : \text{KATI}$
 $R : \text{ROZI}$

1) $((\neg(\neg T(R) \wedge \neg T(K)) \Rightarrow T(R)) \Rightarrow T(R) \vee T(K))$

2) $T(R)$

3) $\neg T(K) \Rightarrow T(R)$ (with circled 10)

b) Klózhalmaz:
 1) $((\neg(\neg T(R) \wedge \neg T(K)) \Rightarrow T(R)) \Rightarrow (T(R) \vee T(K))) \equiv$

$((\neg T(R) \wedge \neg T(K)) \vee T(R)) \Rightarrow T(R) \vee T(K) \equiv$

$\neg((\neg T(R) \wedge \neg T(K)) \vee T(R)) \vee (T(R) \vee T(K)) \equiv$

$((T(R) \wedge T(K)) \wedge \neg T(R)) \vee (\neg T(R) \wedge \neg T(K)) \vee$

$(T(R) \vee T(K)) \vee (T(R) \vee T(K)) \wedge (\neg T(R) \vee \neg T(K))$

2) $T(R)$

3) $\neg(\neg T(K) \Rightarrow T(R)) \equiv$

$\neg(T(K) \vee T(R)) \equiv$

$\neg T(K) \wedge \neg T(R)$ (with circled 8)

deaz: a) $T(R) \vee T(K) \vee R(R) \vee T(K) \equiv$
 $= T(R) \vee T(K) \vee R(R)$

b) $\neg T(R) \vee R(R) \vee T(K)$

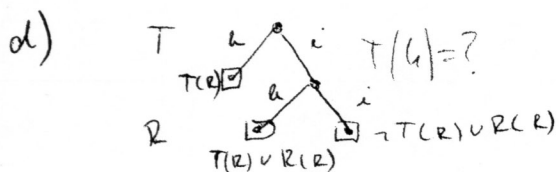
c) $T(R)$

d) $\neg T(K) \wedge \neg T(R)$

e) $\neg T(R)$

*

$R \leftarrow a$
$K \leftarrow a$
1) $T(a) \vee R(a)$
2) $\neg T(a) \vee R(a) \vee T(a)$
3) $T(a)$
4) $\neg T(a)$



c) Levezetés (*)

1) $\neg T(a) \vee R(a) \vee T(a)$ felt.

2) $T(a)$ felt.

3) $R(a) \vee \neg T(a)$

4) $T(a) \vee R(a)$

5) $R(a)$

6) $T(a)$

7) $\neg T(a)$

8) \square

Nem ell. szab.

(6)

Rez(1,2)
felt.

Rez(2,4)

Rez(3,5)

felt.

Rez(6,7)

így $R \vee \neg T(a)$

3. feladat-(a)

Válassza ki a helyes választ a formulák milyenségére

$A \supset (Q \supset (C \supset \neg(Q \wedge A)))$ nem formula/diszjunkciós / konjunkciós / implikációs - melyik a fő műveleti jel 2 pont

Szükséges-e a zárójel? 2 pont

Nem, mivel megállapodás szerint \supset műveletet jobbról balra értelmezzük

$\forall x \exists y Q(y, x) \supset (\neg P(y) \supset \neg P(z))$

2 nem formula/zárt/nyitott - melyek a kötött változók 2 pont
 $\neg \forall$: nincs ilyen!

Mely változók kerülnek be a formula értéktáblájába (y, x) 2 pont

$\exists x \forall y Q(x, y) \supset (\exists y \forall x (P(x) \supset \neg P(y)))$

2 nem formula/zárt/nyitott - melyek a kötött változók 2 pont
Kötött változók x, y
Mivel x és y mindkét előfordulása kötött, a formula zárt

4. feladat -(a)

- a) Adja meg a következő formulát leíró nyelv ábécéjét és a típusát. 10
- b) Hány lehetséges interpretációja lehet ennek a nyelvnek az {a, b} univerzumon. 10
- c) Az egyik lehetséges struktúrában számítsa ki a változtatás nélküli formula értékét kifejtéssel. 10
- d) Lehet-e f(x)-et úgy definiálni- valamelyik interpretációban -, hogy a formula hamis legyen? 10

$\exists x \forall y (P(y, x) \vee \neg P(f(x), x))$

P : 2 elemes reláció szimbi
f(x) : x és y fr. szimbi
x, y : vált
7

a) $\mathcal{A} = (\mathbb{N}, 2, 2, 1)$

b) $2^{n^2} \cdot n^u$
 \downarrow \downarrow
 $P(y)$ $f(x)$

, mivel P 2 elemes reláció (n² - en a 2)
és f fr. művelet! (1 elemű n - odik az u)
5

c) $\forall y \exists x (P(y, x) \vee \neg P(f(x), x))$

Reláció szimbi és negatíval nem diszjunkciója igaz, ld formula igaz, ha y és f(x) igazságértéke azonos vagy, ha nem létezik olyan f(x), mely az x-et y-ra képi.

6 ez mindig teljes

5. feladat -(a)

Feltételek:

- 1) Egy társaságban mindenki beszél az angol, a német, a francia és az orosz nyelvek valamelyikét.
- 2) Ha valaki németül tud, akkor tud angolul és oroszul is.
- 3) Ha valaki nem tud németül, akkor franciául sem tud.
- 4) Van a társaságban olyan aki franciául tud.

$A(x)$: angolul tud
 $N(x)$: németül tud
 $F(x)$: franciául tud
 $O(x)$: oroszul tud

- 5) Igaz-e, hogy a társaságnak van olyan tagja, aki mind a négy nyelvet beszél?
- Formalizáljon 15
- Írja fel az elsőrendű klózhalmazt 10
- Adja meg a Herbrand univerzumot 10
- Oldja meg alaprezolúcióval 10

Formalizálás

- 1) $\forall x : (A(x) \vee N(x) \vee F(x) \vee O(x))$
- 2) $\forall x : (N(x) \Rightarrow A(x) \wedge O(x))$
- 3) $\forall x : (\neg N(x) \Rightarrow \neg F(x))$
- 4) $\exists x : (F(x))$
- 5) $\exists x : (A(x) \wedge N(x) \wedge F(x) \wedge O(x))$

15

elsőrendű klózhalmaz

- 1) $\forall x : (A(x) \vee N(x) \vee F(x) \vee O(x)) \xrightarrow{a)} A(x) \vee N(x) \vee F(x) \vee O(x)$
- 2) $\forall x : (\neg N(x) \vee (A(x) \wedge O(x)))$
 $\forall x : ((\neg N(x) \vee A(x)) \wedge (\neg N(x) \vee O(x))) \xrightarrow{b)} \neg N(x) \vee A(x)$
 $\xrightarrow{c)} \neg N(x) \vee O(x)$
- 3) $\forall x : (\neg N(x) \vee \neg F(x)) \xrightarrow{d)} N(x) \vee \neg F(x)$
- 4) $\exists x : (F(x)) \xrightarrow{e)} F(a) \quad a \leftarrow x : F(x)$
- 5) $\neg \exists x : (A(x) \wedge N(x) \wedge F(x) \wedge O(x))$
 $\forall x : (\neg A(x) \vee \neg N(x) \vee \neg F(x) \vee \neg O(x)) \xrightarrow{f)} \neg A(x) \vee \neg N(x) \vee \neg F(x) \vee \neg O(x)$

10

Herbrand univerzum

$a_1(x)$, - nincs függvényművelet 5

Rezolúció

- 1) $A(x) \vee N(x) \vee F(x) \vee O(x)$ felt. a)
- 2) $\neg N(x) \vee A(x)$ felt. b)
- 3) $A(x) \vee F(x) \vee O(x)$ Rez (1,2)
- 4) $\neg A(x) \vee \neg N(x) \vee \neg F(x) \vee \neg O(x)$ felt. g)
- 5) $\neg N(x) \vee \neg F(x) \vee \neg O(x)$ Rez (2,4)
- 6) $\neg N(x) \vee O(x)$ felt. c)
- 7) $\neg N(x) \vee \neg F(x)$ Rez (5,6)
- 8) $N(x) \vee \neg F(x)$ felt. d)
- 9) $\neg F(x)$ Rez (7,8)
- 10) $F(x)$ felt. e)
- 11) \square Rez (9,10)

9

A

1. Bevezetjük a háromváltozós ! műveletet. $A!B!C$ akkor igaz, ha pontosan egy argumentuma igaz. Írja fel az új művelet igazságtábláját. Fejezze ki az új műveletet a \neg, \wedge, \vee műveletekkel. Egyszerűsíthető-e a felírt formula a McCluskey algoritmussal?

2. Feltételek:

1. "Antal tanul vagy Béla nem tanul" következménye annak, hogy "ha Antal vagy Béla tanul akkor Béla tanul".
2. Béla tanul.

Formalizáljon és mutassa meg, hogy "Antal tanul" levezethető bizonyításelméleti levezetéssel.

A modus ponens és a három axióma használható.

1. $A \rightarrow B \rightarrow A$
2. $(A \rightarrow B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow C$
3. $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A$

Mindent át kell írni \rightarrow -ra és \neg -ra. Vigyázat, $a \vee b$ átírásai: 1. $\neg a \rightarrow b$, 2. $\neg b \rightarrow a$.

3. Válassza ki a helyes választ a formulák milyenségére és jelentésére.

- | | |
|---|---|
| $\forall x \exists y Q(y,x) \leftrightarrow \neg P(y) \vee \neg(Q(x,y) \vee P(z))$ | /zárt/nyitott - állítást/nem állítást szimbolizál - melyek a kötött változók |
| $\exists x \forall y (P_1(x,z) \leftrightarrow (P_2(y) \wedge \neg \exists z P_3(z)))$ | /zárt/nyitott - állítást/nem állítást szimbolizál - melyek a kötött változók |
| $\exists x \forall y Q(x,y) \rightarrow \exists y \forall x (P(x) \leftrightarrow \neg P(y))$ | /zárt/nyitott - állítást/nem állítást szimbolizál - melyek a kötött változók |
| $A \rightarrow Q \rightarrow C \rightarrow \neg Q \wedge A$ | nem formula/diszjunkciós / konjunkciós / implikációs - melyik a fő műveleti jel |
| $A \vee B \vee C \neg \wedge B \rightarrow B$ | nem formula/diszjunkciós / konjunkciós / implikációs - melyik a fő műveleti jel |

6

A

4. Írja át az alábbi formulát 1. Prenex, 2. Skolem formába, majd írja fel belőle az elsőrendű klózalmazt, a Herbrand univerzumot, és a Herbrand bázist annyi elemmel, hogy abból a szabályszerűség világos legyen.
 $\forall x \exists y (Q(y) \vee P(x,y)) \rightarrow \neg \forall x \forall z \neg (P(x,z) \wedge P(z,x))$

5. Állapítsa meg, hogy a következő formulát leíró nyelvnek mi a típusa. Hány interpretációja lehetséges ennek a nyelvnek az $\{a, b\}$ univerzumon. Az egyik lehetséges struktúrában számítsa ki a változtatás nélküli formula értékét kifejtéssel. Lehet-e $f(x)$ -et úgy definiálni- $P(x,y)$ valamely definíciója mellett -, hogy a formula hamis legyen?
 $\exists x \forall y (P(y,x) \vee \neg P(f(x),x))$

2001/2002-05-24 I. prog.mat.évf. zh

12

6B

Jelölje $T(a,f)$ – f tanítványa a -nak, $F(c,d)$ – d fiatalabb c -nél, $I(h,g)$ – h -nak ismerőse g relációkat.

Feltételek:

- A tanítványok fiatalabbak a tanítójuknál.
- Pál tanítványa Péternek.
- Pálnak van olyan ismerőse, aki fiatalabb mint ő.
- Péter nem tanítója Pál egyetlen ismerősének sem.
- A fiatalabb reláció tranzitív.

Következmény.

- Van olyan személy, aki fiatalabb Péternél és Péter nem tanítója neki.

Formalizáljon a megadott relációkkal és adja meg azt az 1-rendű klózalmazt, amelyet használni kell, ha rezolúciós kalkulussal dolgozunk.

10

Lássa be 1-rendű rezolúcióval, (szorgalmi feladat: alprezolúcióval a Herbrand univerzumon) hogy az alábbi feltételeknek a megadott „következmény” valóban következménye-e.

20 / (10)