

A logika vizsgán csak ez a segédlet, és a vizsgatematika használható.

1. Az elsőrendű logika axiómasémái és következtetési szabályai.

$$\alpha \Rightarrow \beta \Rightarrow \alpha.$$

$$(\alpha \Rightarrow \beta \Rightarrow \gamma) \Rightarrow (\alpha \Rightarrow \beta) \Rightarrow (\alpha \Rightarrow \gamma).$$

$$(\neg\alpha \Rightarrow \beta) \Rightarrow (\neg\alpha \Rightarrow \neg\beta) \Rightarrow \alpha.$$

$$(\forall x\varphi(x)) \Rightarrow \varphi(t) \quad (t \text{ tetszőleges term}).$$

$$\varphi(t) \Rightarrow \exists v\varphi(v).$$

$$\forall x(x = x), \quad \forall x\forall y(x = y \Rightarrow y = x), \quad \forall x\forall y\forall z(x = y \wedge y = z \Rightarrow x = z).$$

$$\forall x_0 \dots \forall x_{n-1} \forall y_0 \dots \forall y_{n-1} (x_0 = y_0 \wedge \dots \wedge x_{n-1} = y_{n-1} \Rightarrow (\varphi(x_0, \dots, x_{n-1}) \Leftrightarrow \varphi(y_0, \dots, y_{n-1}))).$$

$$MP : \frac{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta}{\beta}, \quad L_1 : \frac{\varphi(v)}{\forall v\varphi(v)} \quad (v \text{ szabad } \varphi\text{-ben}),$$

$$L_2 : \frac{\alpha(v) \Rightarrow \beta}{\exists v\alpha(v) \Rightarrow \beta} \quad (v \text{ nem szabad } \beta\text{-ban}).$$

2. Nevezetes rekurzív függvények.

$$R(a, b) = a \text{ osztási maradéka } b\text{-vel.}$$

$$\pi(a, b) = (a + b + 1)^2 + a \quad (\text{párképző függvény}).$$

$$K(a) = a \dot{-} [\sqrt{a}]^2.$$

$$L(a) = [\sqrt{a}] \dot{-} K(a) \dot{-} 1.$$

$$\text{Ekkor } K(\pi(a, b)) = a \text{ és } L(\pi(a, b)) = b.$$

$$\beta(a, i) = R(K(a), 1 + (i + 1) \cdot L(a)).$$

3. A Q axiómarendszer általunk használt variánsa.

$$1. \forall x(s(x) \neq 0).$$

$$2. \forall x\forall y(x \neq y \Rightarrow s(x) \neq s(y)).$$

$$3. \forall x(x \neq 0 \Rightarrow \exists y(x = s(y))).$$

$$4. \forall x(x + 0 = x).$$

$$5. \forall x\forall y(x + s(y) = s(x + y)).$$

$$6. \forall x(x \cdot 0 = 0).$$

$$7. \forall x\forall y(x \cdot s(y) = x \cdot y + x).$$

$$8. \forall x(0 \leq x) \quad (\text{azaz } \forall x(0 = x \vee 0 < x)).$$

$$9. \forall x(x < s(x)).$$

$$10. < \text{ egy lineáris rendezés (irreflexív, tranzitív, trichotóm).}$$