

BME Matematika M1 Vizsgakérdések, 2017 december

(A) Gráfelmélet

1. Gráfelméleti alapfogalmak: irányítatlan es irányított gráfok, egyszerű gráf, izomorfia, részgráf, illeszkedési mátrixok, fokszám, élszam és fokszám-összeg közti kapcsolat.
2. Élsorozat, út, kör, összefüggőség, összefüggőségi komponens, erdő, fa, feszítőfa, Kruskal algoritmus, az összefüggőség eldöntése.
3. Euler-utak, Euler-körök fogalma, létezésük szükséges és elégséges feltételei.
4. Hamilton-utak es Hamilton-körök fogalma, létezésük szükséges feltételei: pontok törlése után keletkező komponensek száma. Elegséges feltételek: Dirac és Ore tételei.
5. Szélességi bejárás, a legrövidebb út keresésének megoldása elsúlyozatlan esetben. Az elsúlyozott eset, Dijkstra, Ford, Floyd algoritmusai, és ezek műveletigénye.
6. Hálózati folyamfeladatok, vágások, és kapacitásaik. Javítóút, Ford-Fulkerson tétel, Edmonds-Karp tétel (bizonyítás nélkül), egészértékűségi lemma. Menger tétele az adott csúcsok között futó éldiszjunkt utak maximális számáról.
7. Páros gráfok és jellemzésük páratlan hosszú körökkel. Párosítások, maximalis, illetve teljes párosítások fogalma. Maximális párosítás keresése páros gráfokban: javítóutak, Hall és Frobenius tételei.
8. Kromatikus számok fogalma. Páros gráfok kromatikus számai. A kromatikus szám becslései: maximális fokszám, maximális klikk-méret, Mycielski-konstrukció.
9. Síkba és gömbfelületre rajzolhatóság Sztereografikus projekció. Euler-formula, síkbarajzolható gráfok éleinek száma, K_5 és $K_{3,3}$ nem rajzolható síkba. Síkbarajzolható gráfok kromatikus számai (annak bizonyítása, hogy 6 szín mindig elég). Kuratowski tétele a síkbarajzolhatóságról (bizonyítás nélkül).

(B) Valószínűségszámítás

10. Eseményalgebrák, Események függetlensége. Feltételes valószínűség. Valószínűségi változók. Eloszlás és sűrűség-függvény. Valószínűségi változók függetlensége. A teljes valószínűség tétele.
11. Valószínűségi változók jellemzői: várható érték, szórás. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség.
12. Nevezetes eloszlások (egyenletes, binomiális, normális).
13. Nagy számok törvénye (bizonyítással), Centrális határeloszlás tétel (bizonyítás nélkül).
14. Bernoulli-folyamatok. Az N_t és T_k mennyiségek és valószínűség-eloszlásaik.
15. Poisson-folyamatok. Az N_t mennyiség és eloszlása. Poisson és exponenciális eloszlások. Az exponenciális eloszlású valószínűségi változók örökifjú tulajdonsága. Dekompozíció és szuperpozíció.
16. Markov-láncok fogalma. Stacionaritás. Átmenet-valószínűségek és mátrixaik. Chapman-Kolmogorov egyenlet. Visszatérő és tranzien állapotok. Pólya tétele a véges dimenziós bolyongásokról (bizonyítás nélkül).