

## BME Matematika M1 Vizsgakérdések, 2018 május

### (A) Gráfelmélet

1. Gráfelméleti alapfogalmak: irányítatlan es irányított gráfok, egyszerű gráf, izomorfia, részgráf, illeszkedési mátrixok, fokszám, élszám és fokszám-összeg közti kapcsolat.
2. Élsorozat, út, kör, összefüggőség, összefüggőségi komponens, erdő, fa, feszítőfa, Kruskal algoritmus, az összefüggőség eldöntése.
3. Euler-utak, Euler-körök fogalma, létezésük szükséges és elégséges feltételei.
4. Hamilton-utak es Hamilton-körök fogalma, létezésük szükséges feltételei: pontok törlése után keletkező komponensek száma. Elegséges feltételek: Dirac és Ore tételei.
5. Szélességi bejárás, a legrövidebb út keresésének megoldása elsúlyozatlan esetben. Az elsúlyozott eset, Dijkstra, Ford, Floyd algoritmusai, és ezek műveletigénye.
6. Hálózati folyamfeladatok, vágások, és kapacitásaik. Javítóút, Ford-Fulkerson tétel, Edmonds-Karp tétel (bizonyítás nélkül), egészértékűségi lemma. Menger tétele az adott csúcsok között futó éldiszjunkt utak maximális számáról.
7. Páros gráfok és jellemzésük páratlan hosszú körökkel. Párosítások, maximális párosítások fogalma. Maximális párosítás keresése páros gráfokban: javítóutak, Hall tétele.
8. Kromatikus számok fogalma. Páros gráfok kromatikus számai. A kromatikus szám becslései: maximális fokszám, maximális teljes részgráf mérete, Mycielski-konstrukció.
9. Síkba és gömbfelületre rajzolhatóság Szttereografikus projekció. Euler-formula, síkbarajzolható gráfok éleinek száma,  $K_5$  és  $K_{3,3}$  nem rajzolható síkba. Síkbarajzolható gráfok kromatikus számai (annak bizonyítása, hogy 6 szín mindig elég). Kuratowski tétele a síkbarajzolhatóságról (bizonyítás nélkül).

### (B) Valószínűségszámítás

10. Eseményalgebrák, Események függetlensége. Feltételes valószínűség. Valószínűségi változók. Eloszlás és sűrűség-függvény. Valószínűségi változók függetlensége. A teljes valószínűség tétele.
11. Valószínűségi változók jellemzői: várható érték, szórás. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség.
12. Nevezetes eloszlások (egyenletes, binomiális, normális).
13. Nagy számok törvénye (bizonyítással), Centrális határeloszlás tétel (bizonyítás nélkül).
14. Bernoulli-folyamatok. Az  $N_t$  és  $T_k$  mennyiségek és valószínűség-eloszlásaik.
15. Poisson-folyamatok. Az  $N_t$  mennyiség és eloszlása. Poisson és exponenciális eloszlások. Az exponenciális eloszlású valószínűségi változók örökifjú tulajdonsága. Dekompozíció és szuperpozíció.
16. Markov-láncok fogalma. Stacionaritás. Átmenet-valószínűségek és mátrixaik. Chapman-Kolmogorov egyenlet. Visszatérő és tranzien állapotok. Pólya tétele a véges dimenziós bolyongásokról (bizonyítás nélkül).