

BME Matematika M1 Vizsgakérdések, 2019 május

(A) Gráfelmélet

1. Gráfelméleti alapfogalmak: irányítatlan es irányított gráfok, egyszerű gráf, izomorfia, részgráf, illeszkedési mátrixok, fokszám, élszam és fokszám-összeg közti kapcsolat.
2. Élsorozat, út, kör, összefüggőség, összefüggőségi komponens, erdő, fa, feszítőfa, Kruskal algoritmus.
3. Euler-utak, Euler-körök fogalma, létezésük szükséges és elégséges feltételei.
4. Hamilton-utak es Hamilton-körök fogalma, létezésük szükséges feltételei: pontok törlése után keletkező komponensek száma. Elegséges feltételek: Dirac és Ore tételei.
5. Szélességi bejárás, a legrövidebb út keresésének megoldása élsúlyozatlan esetben. Az élsúlyozott eset, Dijkstra, Ford, Floyd algoritmusai, és ezek műveletigénye.
6. Hálózati folyamfeladatok, vágások, és kapacitásaik. Javítóút, Ford-Fulkerson tétel, Edmonds-Karp tétel (bizonyítás nélkül), egészértékűség lemmája. Menger tétele az adott csúcsok között futó éldiszjunkt utak maximális számáról.
7. Páros gráfok. Párosítások, maximális párosítások fogalma. Maximális párosítás keresése páros gráfokban: javítóutak, Hall tétele.
8. Kromatikus számok fogalma. Páros gráfok kromatikus számai és jellemzésük páratlan hosszú körökkel. A kromatikus szám becslései: maximális fokszám, maximális teljes részgráf mérete.
9. Mycielski-konstrukció.
10. Síkba és gömbfelületre rajzolhatóság. Sztereografikus projekció. Euler-formula, síkbarajzolható gráfok éleinek száma, K_5 és $K_{3,3}$ nem rajzolható síkba. Síkbarajzolható gráfok kromatikus számai (annak bizonyítása, hogy 6 szín mindig elég). Kuratowski tétele a síkbarajzolhatóságról (bizonyítás nélkül).

(B) Valószínűségszámítás

11. Eseményalgebrák, Események függetlensége. Feltételes valószínűség. Valószínűségi változók. Eloszlás és sűrűség-függvény. Valószínűségi változók függetlensége. A teljes valószínűség tétele.
12. Valószínűségi változók jellemzői: várható érték, szórás. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség.
13. Nevezetes eloszlások (egyenletes, binomiális, normális).
14. Nagy számok törvénye (bizonyítással), Centrális határeloszlás tétel (bizonyítás nélkül).
15. Bernoulli-folyamatok. Az N_t és T_k mennyiségek és valószínűség-eloszlásaik.
16. Poisson-folyamatok. Az N_t mennyiség és eloszlása. Poisson és exponenciális eloszlások. Az exponenciális eloszlású valószínűségi változók örökifjú tulajdonsága. Dekompozíció és szuperpozíció.
17. Markov-láncok fogalma. Stacionaritás. Átmenet-valószínűségek és mátrixaik. Chapman-Kolmogorov egyenlet. Visszatérő és tranzien állapotok. Pólya tétele a véges dimenziós bolyongásokról (bizonyítás nélkül).