

## BME Matematika M1 Vizsgakérdések, 2023 december

### (A) Gráfelmélet

1. Gráfelméleti alapfogalmak: irányítatlan es irányított gráfok, egyszerű gráf, izomorfia, részgráf, illeszkedési mátrixok, fokszám, élszám és fokszám-összeg közti kapcsolat.
2. Élsorozat, út, kör, összefüggőség, összefüggőségi komponens, erdő, fa, feszítőfa.
3. Euler-utak, Euler-körök fogalma, létezésük szükséges és elégséges feltételei.
4. Hamilton-utak es Hamilton-körök fogalma, létezésük szükséges feltételei: pontok törlése után keletkező komponensek száma.
5. Hamilton-körök létezésének elegendő feltételei: Dirac és Ore tételei.
6. Szélességi bejárás, a legrövidebb út keresésének megoldása élsúlyozatlan esetben.
7. Az élsúlyozott eset, Dijkstra algoritmus és műveletigénye.
8. Ford és Floyd algoritmusai, és ezek műveletigénye.
9. Hálózati folyamfeladatok, vágások, és kapacitásaik. Javítóút, Ford-Fulkerson tétel, Edmonds-Karp tétel (bizonyítás nélkül).
10. Egészértékűségi lemma. Menger tétele az adott csúcsok között futó éldiszjunkt utak maximális számáról. Többszörös összefüggőség.
11. Párosítások, maximális párosítások fogalma. Hall tétele (bizonyítás nélkül).
12. Kromatikus számok fogalma. Páros gráfok jellemzése páratlan hosszú körökkel. Páros gráfok kromatikus számai.
13. A kromatikus szám becslései: maximális fokszám, maximális teljes részgráf mérete.
14. Mycielski-konstrukció 1: mindegyik Mycielski-gráf háromszögmentes.
15. Mycielski-konstrukció 2: az  $n$ . Mycielski-gráf kromatikus száma legfeljebb  $n$ .
16. Mycielski-konstrukció 3: az  $n$ . Mycielski-gráf kromatikus száma legalább  $n$ .
17. Síkba és gömbfelületre rajzolhatóság. Sztereografikus projekció. Euler-formula, síkba-rajzolható gráfok éleinek száma.
18. Síkbarajzolható gráfok kromatikus számai (bizonyítás, hogy 6 szín mindig elég).

### (B) Valószínűségszámítás

19. Eseményalgebrák, Események függetlensége. Feltételes valószínűség.
20. Valószínűségi változók. Eloszlás és sűrűség-függvény. Valószínűségi változók függetlensége.
21. A teljes valószínűség tétele.
22. Valószínűségi változók jellemzői: várható érték, szórás és ezek alaptulajdonságai.
23. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség.
24. Nevezetes eloszlások (egyenletes, binomiális, normális).
25. Nagy számok törvénye.
26. Centrális határeloszlás tétel (bizonyítás nélkül).
27. Bernoulli-folyamatok. Az  $N_t$  és  $T_k$  mennyiségek és valószínűség-eloszlásaik.
28. Poisson-folyamatok. Az  $N_t$  mennyiség és eloszlása. Poisson és exponenciális eloszlások.
29. Az exponenciális eloszlású valószínűségi változók és az örökifjú tulajdonság.
30. Dekompozíció és szuperpozíció.
31. Markov-láncok fogalma. Stacionaritás. Átmenet-valószínűségek és mátrixaik.
32. Chapman-Kolmogorov egyenlet.
33. Visszatérő és átmeneti állapotok. Pólya tétele a véges dimenziós bolyongásokról (bizonyítás nélkül).