

Villámkérdések, 1. minta megoldásokkal¹

1. Ha $\{\underline{a}, \underline{b}\}$ lineárisan független vektorrendszer, akkor $\underline{a} \times \underline{b}$ lehet-e nullvektor? Indokoljunk. 1-2; (Febr. 18-21)

Mivel $\{\underline{a}, \underline{b}\}$ lineárisan független, egyikük sem nullvektor, és nem esnek egy egyenesre. Ezért $\underline{a} \times \underline{b}$ hossza sose nulla.

2. Legyen e az $[1, 2, 3]$ és $[2, 0, 3]$ pontokon átmenő egyenes. Állapítsuk meg, hogy e párhuzamos-e az $-2x + y + 3z = 4$ egyenletű síkkal. 2-3; (Febr. 28)

e irányvektora $\underline{v}_e = [1, -2, 0]$, a sík normálvektora $\underline{n} = [-2, 1, 3]$. Mivel $\underline{v}_e \cdot \underline{n} = -4 \neq 0$, így \underline{v}_e nem merőleges \underline{n} -re, tehát e nem párhuzamos az adott síkkal.

3. Adjuk meg algebrai alakban: $(1 + i)^{2009}$. (4; Márc. 4)/Th: 4. Függelék

$$(1 + i)^{2009} = \left(\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)\right)^{2009} = 2^{2009/2}\left(\cos\left(\frac{2009\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{2009\pi}{4}\right)\right) = 2^{1004} + 2^{1004}i.$$

4. Adjunk példát korlátos, de nem konvergens sorozatra. 5; (Márc. 7-14.)

Pl. az $1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$ azaz $a_n = (-1)^n$ sorozat megfelelő.

5. Legyen $f(x) = e^{ax}$. Választhatjuk-e az a paraméter értékét úgy, hogy f ne legyen korlátos a $[0, 1]$ intervallumon? Indokoljunk. 11-12; (Ápr. 11)/Th: 2.6 fejezet

Nem, mert a minden értéke esetén f folytonos lesz, és korlátos zárt intervallumon folytonos függvény korlátos.

6. Adjuk meg az $f(x) = x^2e^{3x}\cos(4x)$ függvény deriváltfüggvényét. 13; (Ápr. 15)/Th: 3. fejezet

$$f'(x) = 2xe^{3x}\cos(4x) + x^2(3e^{3x}\cos(4x) - 4e^{3x}\sin(4x)).$$

7. Adjuk meg az $f(x) = \sin^3(x)\cos(x)$ függvény összes primitív függvényét. 20; (Máj. 9)/Th: 2. kötet, 242. oldal

$$\frac{\sin^4(x)}{4} + c, \quad c \in \mathbf{R}, \text{ mert az } f \text{ függvény } g^3g' \text{ alakú.}$$

8. Bontsuk elemi törtekre: $\frac{x+1}{x^2+x}$. 23; (Máj. 16)/Th: 8.3 fejezet

$$\frac{x+1}{x^2+x} = \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{1}{x}.$$

¹A kérdések után X; (Y,Z)/Th: U azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében, (az Y. hónap Z. napján tartott előadás (illetve a Thomas-könyv U. fejezete) alapján kell(ene) tudni a választ...