

Villámkérdések, 2. minta megoldásokkal¹

1. Döntsük el, hogy merőlegesek-e egymásra az $[1, 2, 3]$ és $[2, -4, 2]$ vektorok. Indokoljunk. 2; (Szept. 23)

A két vektor skaláris szorzata: $2 - 8 + 6 = 0$, tehát a két vektor merőleges egymásra.

2. Adjuk meg az $x = 2, z = 3$ egyenletrendszerű egyenes paraméteres egyenletrendszerét. 3; (Szept. 25)

Az egyenletrendszer: $x = 2, y = t, z = 3, t \in \mathbf{R}$.

3. Van-e olyan z komplex szám, melyre teljesül, hogy $\operatorname{Im}(z + \bar{z}) \neq 0$? Indokoljunk. 4; (Szept. 30, vagy akár nov. 27) Th: 4. függelék

Nincs, mert ha $z = a + bi$ tetszőleges komplex szám, akkor $z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a$, ennek képzetes része 0.

4. Adjunk példát olyan sorozatra, melynek pontosan 3 darab torlódáspontja van. 5; (Okt. 9)

Pl. $0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, \dots$ azaz $a_n =$ az n szám 3-al való osztási maradéka.

5. Van-e gyöke a $p(x) = x^6 - 2x - 3$ polinomnak a $[0, 2]$ intervallumban? Indokoljunk. 11; (Okt. 30) Th: 2.6 fejezet

Van, mert $p(0) = -3 < 0$ és $p(2) = 57 > 0$, továbbá p folytonos függvény, így Bolzano tétele miatt van gyöke $[0, 2]$ -ben.

6. Legyen $f(x) = e^{ax}$. Választhatjuk-e az a paraméter értékét úgy, hogy f a $(0, 1)$ intervallumon konkáv legyen? Indokoljunk. 16; (Nov. 13) Th: 4.3 fejezet

Mivel $f'(x) = ae^{ax}$, $f''(x) = a^2e^{ax}$, ezért minden x -re $f''(x) \geq 0$, és $f''(x) \leq 0$, ha $a = 0$ (ekkor valójában $f''(x) = 0$). Tehát, csak az $a = 0$ esetben lesz f konkáv.

7. Írjuk le a Newton-Leibniz-tétel állítását. (EBBEN A FÉLÉVBEN NEM HANGZOTT EL; NEM KELL TUDNI) Th: 5.4 fejezet, 4. tétel

Ha f folytonos $[a, b]$ -n, és F a f primitív függvénye, akkor $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

8. Osszuk el maradékosan az $x^2 + 2x + 3$ polinomot $x - 4$ -el. 22; (Okt. 7) Th: 8.3 fejezet, 3. példa

$$x^2 + 2x + 3 = (x + 6)(x - 4) + 27.$$

¹A kérdések után $X; (Y, Z)/Th: U$ azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X . pontja ismeretében, (az Y . hónap Z . napján tartott előadás (illetve a Thomas-könyv U . fejezete) alapján kell(ene) tudni a választ...