Régebbi Matek B2 zh-k

többszörös integrálokkal, integráltranszformációval, lineáris algebrával kapcsolatos feladatai.

1. Legyen A az $y \geq 1$ félsík azon korlátos része, melyet az $x = 9,\ y = \sqrt{x}$ görbék határolnak. Számítsuk ki az $f(x, y) = \dfrac{ln(y)}{\sqrt{x}}$ függvény integrálját A-n.

(2006 május 12)

2. Legyen $A = \{(x, y) :\ 0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{8},\ 2x \leq y \leq 2\}$. Számítsuk ki az $f(x, y) = \dfrac{y}{2 + 8x^2}$ függvény integrálját az A halmazon.

(2006 május 19)

3. Számítsuk ki az $f(x, y) = ln(y)$ függvény integrálját az $y = e,\ \ y = x,\ \ y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ egyenesek által határolt háromszöglemezen.

(2007 május 11)

4. (a) Legyen $\phi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ a $z = 0$ síkra való tükrözés. Adjuk meg ϕ mátrixát az $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ bázisban.

(b) határozzuk meg a következő mátrix inverzét, ha létezik:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(2006 június 2.)

5. Számítsuk ki a következő mátrix négyzetét, sajátértékeit és sajátvektorait:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2006 június 2.)

6. Legyen $f(x,y,z) = \dfrac{ln(z)}{(x^2+y^2)^{3/2}}$. Számítsuk ki f integrálját a $z=1$, z=2, $\dfrac{1}{4} = x^2+y^2, \quad x^2+y^2 = \dfrac{1}{z^2}$ felületek által határolt korlátos térrészen.

(2006 június 2.)

7. Határozzuk meg a következő egyenletrendszer összes megoldását:

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 5y & + & 3z & = & 9 \\ 2x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & 14y & + & 8z & = & 23 \end{array}$$

(2007 május 24.)

8. Legyen $\Phi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ az y-tengely körüli, pozitív irányú, $\pi/4$ szögű forgatás. Írjuk fel Φ mátrixát a szokásos bázisban.

(2007 május 24.)

9. Legyen $f(x,y,z) = \dfrac{x}{x^2+y^2+z^2}$ és legyen

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \ 1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 4, \ x^2+y^2 \leq z^2, \ z \geq 0\}.$$

Számítsuk ki $\int_V f$-et.

(2007 május 24.)

10. Határozzuk meg a következő mátrix inverzét (ha létezik):

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2007 május 30.)

11. Határozzuk meg a következő mátrix összes sajátértékét és sajátvektorát:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(2007 május 30.)

12. Legyen $f(x,y,z) = x^2$ és legyen

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \quad e \leq z \leq e^2, \quad x^2 + y^2 \leq \sqrt{ln(z)}\ \}.$$

Számítsuk ki $\int_V f$-et.

(2007 május 30.)

13. Legyen $V = \{(x,y,z) : \ x^2 + y^2 \leq z^4, \ 0 \leq z \leq 1\}$ és legyen $f(x,y,z) = x^3$. Számítsuk ki $\int_V f$-t.

(2006 május 19.)

14. Legyen $f(x,y) = ln(1 + x^2 + y^2)$ és legyen

$$V = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \quad x^2 + y^2 \leq 1, \quad |x| \leq y\}.$$

Számítsuk ki f integrálját V-n.

(2007 május 18.)

15. Legyen $V \subseteq \mathbf{R}^3$ a $z = 0, \quad z = 1, \quad x^2 + y^2 = z^4$ felületek által határolt korlátos
halmaz és legyen $f(x,y,z) = \dfrac{e^z}{z^3}$. Számítsuk ki f integrálját V-n.

(2007 május 18.)

16. Legyen $V = \{(x,y,z) : \ \frac{1}{4}z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \ 0 \leq z \leq 4\}$ és legyen $f(x,y,z) = y^2$. Számítsuk ki $\int_V f$-t.

(2006 május 12.)

17. Határozzuk meg a következő mátrix négyzetét és inverzét, ha az létezik:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -11 & -7 \end{pmatrix}.$$

(2007 március 30.)

18. Legyen $\Phi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ az a lineáris leképezés, mely minden ponthoz az

$$x = z, \ y = 0$$

egyenesre vonatkozó tükörképét rendeli. Határozzuk meg Φ mátrixát az $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ bázisban.

(2007 március 30.)

19. Határozzuk meg a következő mátrix rangját, sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat.

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2007 március 30.)

20. Legyen $V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : \ 0 \leq z, \quad z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$. Számítsuk ki az $f(x, y, z) = x^4 z + x^2 y^2 z$ függvény integrálját V-n.

(2007 május 11.)