BME Közlek. Kar Matematika A2 Vizsgakérdések

Az aláhúzott részek bizonyításait is tudni kell !

1. Az egyváltozós valós függvények határozott integráljának definíciója (minden részletével együtt: felosztás, reprezentánsrendszer, integrálközelítő összeg, finomodó felosztássorozat, határozott integrál). A határozott integrál alaptulajdonságai. Az integrál-középérték tétel.
2. Folytonos függvények határozott integrálja. Az integrálfüggvény. Az integrálfüggvényre vonatkozó tétel, és a Newton-Leibniz formula.
3. Improprius integrálok. Ívhossz, térfogat és felszín kiszámítása határozott integrállal. Az ívhossz kiszámítására vonatkozó képlet igazolása.
4. Vektorterek. Alterek. Bázis, dimenzió. Lineáris leképezések, izomorfizmus. Lineáris leképezés értékkészlete altér. A rendezett szám n-esek tere (távolság, hossz, skaláris szorzat, szög).
5. A mátrix fogalma. Műveletek mátrixokkal (a mátrixok vektorteret alkotnak, mátrixok szorzása). Véges dimenziós terekben a mátrixok és lineáris leképezések kapcsolata.
6. A lineáris egyenletrendszer fogalma és mátrixszorzatos alakja. Rang. Ekvivalensek: $A\overline{x} = \overline{b}$ megoldható; $\overline{b}$ benne van A oszlopterében; $rang(A) = rang(A|\overline{b})$. Lineáris egyenletrendszer megoldásai számának mátrixrangos jellemzése. Elemi sor és oszlop-átalakítások, Gauss elimináció.
7. A determináns fogalma. Unicitás és egzisztencia-tétel.
8. A determináns alaptulajdonságai (háromszögmátrixok determinánsa, sor és oszlopátalakítások hatása a determinánsra). A Vandermonde-féle determinánsokra vonatkozó tétel.
9. A mátrix inverze, egyértelműsége. Determinánsok szorzástétele. Ferde kifejtések. Az invertálhatóság determinánsos jellemzése. Az inverz kiszámítása. A Cramer-szabály.
10. Mátrix és tenzor sajátértékei és sajátvektorai. A Főtengely-tétel. mátrix sajátértékei a karakterisztikus polinomja gyökei. Sajétvektorok meghatározása.
11. Környezetek metrikus terekben. Vektorsorozatok konvergenciája és koordinátánkénti konvergenciája. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága. Az átviteli elv.
12. Többváltozós valós függvények iránymenti és parciális differenciálhatósága. Magasabbrendű parciális deriváltak, Young tétele. Többváltozós valós függvények differenciálhatósága. Kapcsolat az iránymenti deriválttal, A skalár-vektorfüggvények gradiensének egyértelműsége.
13. Többváltozós valós függvények szélsőértékei. Nyeregpontok. Az elsőrendű szükséges feltétel, a másodrendű elégséges feltétel. Összetett függvény és parciális deriválása. Teljes differenciál, az érintősík egyenlete. Projekciók, vektorértékű függvények deriválása.
14. A kettős és hármas integrál fogalma (segédfogalmak is!) és az integrál alaptulajdonságai (integrálható függvények összege tagonként integrálható). Integrálás normál tartományokon.
15. A kettős és hármas integrál transzformációja. Polár, henger, és gömbi koordinátarendszerek. A gömbi transzformáció Jacobi-determinánsa.
16. Sor és összege. Sorok konvergenciatételei: minoráns-, majoráns- és integrál-kritérium. A hányados-kritérium és a gyök-kritérium.
17. Abszolút konvergencia. Leibniz-sorok fogalma és a konvergenciájukra vonatkozó tétel.
18. Függvénysorozatok konvergenciatartománya, határfüggvénye. Függvénysorok. Hatványsorok, és konvergenciatartományaik. A hányadosos és a gyökös Hadamard-tétel.
19. Abel tétele.

20. A Taylor-polinom, Taylor-formula és Taylor-sor fogalma. Elégséges feltétel arra, hogy egy függvény megegyezzen Taylor-sora összegfüggvényével. Az e^x, sin, cos, sh, ch függ vények 0 körüli Taylor-sora; e^x és sin egyenlő Taylor-sora összegfüggvényével.
21. Periodikus függvények távolsága, skaláris szorzata. Ortogonális, és ortonormált függvényrendszerek. Adott függvényhez legközelebbi elem véges ortonormált függvény-rendszer által generált altérben. A Fourier-sor fogalma, és részletösszegei, mint merőleges vetületek. Elégséges feltétel arra, hogy egy függvény megegyezzen Fourier-sora összegfüggvényével. A trigonometrikus függvények rendszere, trigonometrikus Fourier-sor definíciója. Elégséges feltétel arra, hogy egy függvény megegyezzen trigonometrikus Fourier-sora összegfüggvényével. Fourier-együtthatók meghatározása páros és páratlan függvények esetén, a periódus szerepe.

2014 tavasz.