**Villámkérdések,**
**BME, Mat. A2, 2014 tavasz, 2. Minta megoldásokkal[1].**

Név: ________________
Neptun-kód: ________________

1. Legyen $V$ a legfeljebb 3. fokú, valós polinomok vektortere (a szokásos műveletekkel) és legyen $V_0 = \{p \in V : p(2) = 0\}$. Igazoljuk, hogy $V_0$ altere $V$-nek. *4, Feb. 24.*

Ha $p, q \in V_0$ és $c \in \mathbf{R}$, akkor $(p+q)(2) = p(2) + q(2) = 0$ és $(c \cdot p)(2) = c \cdot p(2) = 0$ miatt $V_0$-beli polinomok összegei és számszorosai is $V_0$-beliek, ezért $V_0$ altere $V$-nek.

2. Lehet-e egy invertálható $3 \times 3$-as mátrix rangja 2? *6-9, Márc. 10-13.*

Nem, mert ha a rang 2, akkor a determináns nulla, ezért a mátrix nem invertálható.

3. Legyen $\varphi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ a $zx$ síkra vonatkozó merőleges vetítés. Írjuk le $\varphi$ mátrixát a szokásos bázisban. *5, Feb. 27.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Legyen $f(x,y) = x + y^2$ és legyen $\underline{v} = [\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}]$. Adjuk meg $f$ iránymenti deriváltját $\underline{v}$ irányban a $[2,3]$ pontban. *12, Márc. 31.*

$\partial_{\underline{v}} f(2,3) = grad(f)(2,3) \cdot \underline{v} = [1, 2y]_{|(2,3)} \cdot \underline{v} = [1, 6] \cdot \underline{v} = \frac{7}{\sqrt{2}}$.

5. Írjuk le a többváltozós valós függvények lokális szélsőértékeire vonatkozó elsőrendű szükséges feltételt. *13, Ápr. 3.*

Ha a deriválható $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ függvénynek $P \in \mathbf{R}^n$-ben lokális szélsőértéke van, akkor $grad(f)(P) = 0$.

6. Írjuk fel a derékszögű koordinátákat gömbi koordinátákkal. *15, Ápr. 10.*

$x = Rsin(\theta)cos(\varphi), \quad y = Rsin(\theta)sin(\varphi), \quad z = Rcos(\theta)$.

7. Konvergens-e a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{ln(n)}$ sor? Indokoljunk. *17, Ápr. 28.*
Igen, mivel a sor Leibniz-típusú, és $\frac{1}{ln(n)}$ monoton csökkenve 0-hoz tart.

8. Van-e olyan $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ hatványsor, melynek összegfüggvénye konvergens 2-ben, de divergens $-1$-ben? Indokoljunk. *18, Ápr. 28.*

Nincs, mivel a hatványsor konvergencia-középpontja $x_0 = 0$, és az első feltétel miatt a konvergenciasugár legalább 2.

[1] A kérdések után *X (Y. Z.)* azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében (az Y. hónap Z. napján tartott előadás alapján) kell(ene) tudni a választ...