

Villámkérdések,
BME, Mat. A2, 2012 ősz, 1. Minta megoldásokkal¹.

Név: _____
Neptun-kód: _____

1. Igaz-e, hogy ha $\{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}\}$ lineárisan összefüggő vektorok, akkor \underline{a} előáll \underline{b} és \underline{c} lineáris kombinációjaként? Indokoljunk. 1, Szept. 17.

Nem, pl. $\underline{a} = [1, 0, 0]$, $\underline{b} = [0, 1, 0]$, $\underline{c} = [0, 2, 0]$ lineárisan összefüggő, de \underline{a} nem áll elő \underline{b} és \underline{c} lineáris kombinációjaként.

2. Vannak-e olyan nem invertálható 2×2 -es mátrixok, melyek összege invertálható? Indokoljunk. 3-4, Okt. 1-3.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

és transzponáltja ilyen, tehát vannak.

3. Van-e olyan szimmetrikus mátrix, melynek i sajátértéke? 5, Okt. 10.

Nincs, a főtengeles-tétel értelmében szimmetrikus mátrix sajátértékei valósak.

4. Legyen $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$. Adjuk meg f deriváltfüggvényét. 9, Szept. 5-12.

f egy folytonos függvény integrálfüggvénye, ezért $f'(x) = e^{x^2}$.

5. Írjuk le a többváltozós függvények iránymenti derivált-definícióját. 7, Okt. 17.

Ha $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, $P \in \mathbf{R}^n$ és $\underline{v} \in \mathbf{R}^n$ egységvektor, akkor $\partial_{\underline{v}} f(P) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(P+h \cdot \underline{v}) - f(P)}{h}$ amennyiben a jobboldali határérték létezik.

6. Legyen $V = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq 1, x^2 + y^2 \leq z^3\}$. Írjuk fel (de ne számoljuk ki) hengerkoordinátákkal: $\int_V x + y + z$. 12, Nov. 21.

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{m^{3/2}} r \cdot \cos(\varphi) + r \cdot \sin(\varphi) + m \, dr \, d\varphi \, dm.$$

7. Konvergens-e a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n)}$ sor? Indokoljunk. 13, Nov. 26.

Nem, mivel $\frac{1}{\ln(n)} \geq \frac{1}{n}$, ezért a harmónikus sor minorál.

8. Adjuk meg a $\sum_{n=0}^{\infty} nx^n$ hatványsor konvergenciakörét. 15, Dec. 5.

Középpont $x_0 = 0$ és a gyökös Hadamard-képletből $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n \sqrt[n]{|n|}} = 1$.

¹A kérdések után X , (Y , Z .) azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X . pontja ismeretében (az Y . hónap Z . napján tartott előadás alapján) kell(ene) tudni a választ...