

MATEMATIKA A3 vizsgakérdések, 2009 ősz
(Zárójelben a kötelező bizonyítások témái szerepelnek.)

1. Térgörbék és felületek definíciója. Görbementi és felületmenti integrálok definíciója és kiszámításuk. Felületdarab felszíne.
2. Kisérő triéder, görbület, torzió, ívhossz, ívhosszparaméter.
3. Rotáció, divergencia definíciója és kiszámításuk. (Ha a megfelelő parciális deriváltak folytonosak, akkor $\text{rot}(\text{grad}(v))=0$.)
4. Homotóp görbék és felületek. Zárt görbék és felületek. Integrálredukciós tételek: Gauss-Ostrogradszkij, Stokes, Green.
5. A Nabla és Δ operátor. Potenciálfüggvény fogalma és (létezésének jellemzése).
6. A \sin , \cos , \exp ... kiterjesztése komplex számokra. Komplex hatványozás és logaritmus (Az exponenciális függvény tulajdonságai: $e^{z+w}=e^z e^w$, Euler-összefüggés, periodicitás.)
7. Komplex függvények valós és képzetes része, folytonossága, deriválhatósága. Harmónikus társak, harmónikus függvények. (Cauchy-Riemann egyenletek).
8. Komplex integrál definíciója és alaptulajdonágai: linearitás, út megfordítása, utak összefűzése. Komplex integrál kiszámítása. Reguláris függvények. (Cauchy alaptétele: vázlatosan: az általános eset visszavezetése háromszögekre, részletesen: Goursat-lemma)
9. Integrálfüggvény, primitívfüggvény, kapcsolatuk. Riemann-lemma. Cauchy Integrál-formulái (az első integrálformula bizonyítása).
10. (Körlemezen reguláris komplex függvény egyenlő Taylor-sorának összegével.) Laurent-sorok, körgyűrűn regularis függvények sorfejtései. Reziduum, reziduum-tétel.
11. Laplace-transzformáció definíciója, linearitása. Konvolúció-tétel, (a derivált Laplace-transzformáltja).
12. Differenciálegyenletek osztályozása, kezdeti érték probléma. Cauchy-Peano Egzisztenciátétel, Lipschitz-feltétel, Picard-Lindelöf unicitástétel (elégséges feltétel a Lipschitz-feltétel teljesülésére).
13. Szeparábilis d.e. fogalma, megoldási módja. Homogén és inhomogén elsőrendű lineáris d.e. és megoldási módja.
14. Hiányos másodrendű d.e. megoldási módjai (a módszer helyességének vázlata az „x hiányzik” esetben).
15. Egzakt d.e. fogalma, megoldási módja. Kapcsolat az implicit módon adott függvények deriválásával. Egzakttá tétel: multiplikátorok (csak x-től függő multiplikátor előállítás).
16. Lineáris d.e. fogalma. Homogén eset: (a megoldások vektorteret alkotnak, a megoldás-tér dimenziója), alrendszer, alrendszer előállítása állandó együtthatós esetben.
17. Inhomogén lineáris d.e. és megoldáshalmaza ($Y_{iá} = Y_{há} + Y_{ip}$). A partikuláris megoldás előállítása az állandók variálásával és próbafüggvényekkel.
18. Euler-féle d.e., és megoldási módja (az ekvivalens állandó együtthatós egyenlet levezetése másodrendű esetben).