

B1 ZH

Közlek Kar.

2005 December 9.

BME Közle. Kar, Matematika B1 ZH
2005 December 9.

1. Számítsuk ki a következő határértékeket.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \cos^2(x)}{4x^2} \qquad (b) \lim_{x \rightarrow 0+0} \cos(x)^{\frac{1}{x}}$$

(5+5 pont)

2. Legyen

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right), & \text{ha } x \neq 0, \\ 0 & \text{ha } x = 0, \end{cases}$$

- (a) Határozzuk meg f' -t.
(b) α mely értékeire lesz f' folytonos?
- (5+5 pont)

3. Legyen $f(x) = e^{-x}$.

- (a) adjuk meg f -nek azt az érintőjét, mely átmegy a $[3, f(3)]$ ponton.
(b) x mely értékére lesz az $xf(x)$ szorzat maximális?
- (4+4 pont)

4. Határozzuk meg az alábbi y függvények deriváltjait.

$$(a) y = \frac{x^2 \sin(x) - \operatorname{arctg}(\sqrt{x})}{\ln(1+x^2)} \qquad (b) e^{x^2 y^2} + \sqrt{y \sin(x)} = 0.$$

(5+5 pont)

5. Adjuk meg az $x^4 - 4x^3 + x^2 + 12x - 12$ polinom összes gyökét.

(9 pont)

6. Legyen $f(x) = \ln(1+x^2)$. Határozzuk meg f értelmezési tartományát, vizsgáljuk meg, hogy f páros/páratlan-e, határozzuk meg f határértékeit és aszimptotáit a megfelelő helyeken, határozzuk meg f szélsőérték-helyeit, inflexiós pontjait, és azokat a tartományokat ahol f monoton növvő/csökkenő, illetve ahol f konvex/konkáv. Ezek alapján vázoljuk fel f grafikonját.

(13 pont)