B3 ZH

Közlek Kar.

2006 Október 25.

BME Közlek. Kar, Matematika B3 ZH
2006 Október 25.

1. Legyen $f(x, y, z) = [x \cdot cos^2(y),\ y + e^x,\ z \cdot sin^2(y)]$. Határozzuk meg f felületi integrálját azon a kifelé irányított, korlátos, zárt felületen, melyet a

$$z = e, \qquad z = e^2, \qquad x^2 + y^2 = ln(z)$$

egyenletű felületek határolnak. (12 pont)

2. Ebben a feladatban x valós változó.

(a) Határozzuk meg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ln^n(x)}{\sqrt{n}}$ konvergencia-halmazát.

(b) Határozzuk meg $\sum_{n=1}^{\infty} 2nx^{2n-1}$ konvergencia-halmazát és összegfüggvényét. (6 + 7 pont)

3. Ebben a feladatban z komplex változó.

(a) Határozzuk meg $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2} (z-i)^n$ konvergencia-középpontját és konvergencia-sugarát.

(b) Határozzuk meg $f(z) = z^2 e^{3z}$ Taylor-sorát a 0 körül. (5 + 3 pont)

4. Legyen f az a 2π szerint periodikus valós függvény, melyre teljesül, hogy minden $x \in (-\pi, \pi]$-re $f(x) = x$. Adjuk meg f Fourier-sorát. (10 pont)

5. Adjuk meg algebrai alakban az összes olyan z komplex számot, melyre teljesül, hogy

$$e^{2iz} - 6e^{iz} = -18.$$ (9 pont)

6. Legyen $u(x, y) = x^4 - 6x^2y^2 + y^4$.

(a) Adjuk meg azt a reguláris komplex f függvényt, melyre

$f = u + i \cdot v$ és $f(i) = 1$.

(b) Adjuk meg f'-t is. (6+2 pont)