

BME VIK Felsőbb Matematika C (Logika) Vizsgakérdések, 2010 ősz

1. Nullad- és elsőrendű nyelvek szintaxisa (a nyelvek szimbólumai, formulák, termek).
2. Kiértékelések, struktúrák, a nullad- és elsőrendű formulák jelentése.
3. Formulák ekvivalenciája, szemantikus következmény fogalma.
4. Funkcionális teljesség. Minden nulladrendű formula ekvivalens egy DNF-el ill. KNF-el.
5. Prenex normálforma. Kvantorkiemelési szabályok. Minden formula ekvivalens egy prenex alakú formulával.
6. Az ítéletkalkulus axiómái, következtetési szabálya, a *Ded* operátor és alaptulajdonságai.
7. Dedukciós tétel.
8. Ellentmondásos formulahalmaz fogalma, $\Sigma \vdash \varphi$ pontosan akkor, ha $\Sigma \cup \{\neg\varphi\}$ ellentmondásos; $\Sigma \vdash \neg\varphi$ pontosan akkor, ha $\Sigma \cup \{\varphi\}$ ellentmondásos. Ellentmondásos formulahalmazból minden levezethető.
9. Helyességi tétel nulladrendben (ha $\Sigma \vdash \varphi$ akkor $\Sigma \models \varphi$).
10. Teljes elméletek. Minden ellentmondástalan elmélet kiterjeszhető egy teljes ellentmondástalan elméletté.
11. Teljességi tétel nulladrendben (ha $\Sigma \models \varphi$ akkor $\Sigma \vdash \varphi$).
12. A kompaktsági tétel két alakja.
13. Az elemi ekvivalencia és izomorfizmus fogalma. Izomorf struktúrák elemien ekvivalensek.
14. Ha \mathcal{A} végtelen struktúra, akkor van vele elemien ekvivalens, nem izomorf másik struktúra.
15. A szemantikus fa fogalma. Nulladrendű klózalmaz pontosan akkor kielégíthetetlen, ha szemantikus fája zárt.
16. A nulladrendű rezolúciós kalkulus és helyessége (ha $\Sigma \vdash_R \varphi$ akkor $\Sigma \models \varphi$).
17. A nulladrendű rezolúciós kalkulus teljessége (ha egy klózalmaz kielégíthetetlen, akkor levezethető belőle az üresklóz).
18. Skolem normálforma, skolemizálás, egy formula és skolemizáltjának kapcsolata.
19. A Herbrand univerzum. Skolem alakú formulák egy Σ halmazának akkor és csak akkor van modellje, ha van olyan modellje, melynek alaphalmaza Σ Herbrand-univerzuma.
20. Elsőrendű Σ klózalmaznak akkor és csak akkor nincs olyan modellje, melynek alaphalmaza A , ha $\Sigma(A)$ -ből levezethető az üresklóz.
21. Az alaprezolúciós kalkulus, és teljessége.
22. A *Sat* probléma *NP*-teljes.
23. A 3 – *Sat* probléma *NP*-teljes, 2 – *Sat* viszont *P*-beli.
24. A T_R elmélet és megszámlálható modelljei.
25. Véletlen gráfok, T_R véges részeinek van véges modellje.
26. Megszámlálható kategoricitás. T_R \aleph_0 -kategorikus.
27. Łoś-Vaught-teszt (ha egy T elmélet \aleph_0 -kategorikus, akkor teljes is).
28. Véges gráfokra vonatkozó nulla-egy törvény.