

## BME Felsőbb Matematika (Logika) Vizsgakérdések, 2017 ősz

Az aláhúzott részek bizonyításait is tudni kell.

### (A) Bevezető Logika blokk.

1. Nullad- és elsőrendű nyelvek szintaxisa (a nyelvek szimbólumai, formulák, termek).
2. Kiértékelések, struktúrák, a nullad- és elsőrendű formulák jelentése.
3. Egy nulladrendű formula igazsága csak a benne szereplő ítéletváltozóktól függ.
4. Funkcionális teljesség fogalma; a  $\{\neg, \wedge, \vee\}$ ,  $\{\neg, \vee\}$ ,  $\{\neg, \wedge\}$ ,  $\{\neg, \Rightarrow\}$  művelethalmazok funkcionálisan teljeseek. A nulladrendű formulák ekvivalensek egy DNF-el ill. KNF-el.
5. Minden elsőrendű formula ekvivalens egy prenex-alakúval.
6. Formulák ekvivalenciája, szemantikus következmény fogalma.

### (B) Bizonyításelmélet blokk.

7. Az ítéletkalkulus axiómái, következtetési szabálya.
8. A *Ded* operátor lezárási operátor.
9. Dedukciós tétel.
10. Ellentmondásos formulahalmaz fogalma,  $\Sigma \vdash \varphi$  pontosan akkor, ha  $\Sigma \cup \{\neg\varphi\}$  ellentmondásos;  $\Sigma \vdash \neg\varphi$  pontosan akkor, ha  $\Sigma \cup \{\varphi\}$  ellentmondásos. Ellentmondásos formulahalmazból minden levezethető.
11. Helyességi tétel (azaz, ha  $\Sigma \vdash \varphi$ , akkor  $\Sigma \models \varphi$ ).
12. Teljességi tétel (bizonyítás nélkül).

### (C) Modellelmélet blokk.

13. A kompaktsági tétel két alakja.
14. Az elemi ekvivalencia és izomorfizmus fogalma. Izomorf struktúrák elemien ekvivalensek.
15. Reduktumok. A felszálló Löwenheim-Skolem tétel.
16. Ha  $\mathcal{A}$  végtelen struktúra, akkor van vele elemien ekvivalens, nem izomorf másik struktúra.

### (D) Rezolúciós blokk.

17. Szemantikus fa fogalma. Egy klózhalmaz pontosan akkor kielégíthetetlen, ha szemantikus fája minden ágán van cáfoló csúcs.
18. A nulladrendű rezolúciós kalkulus, és cáfolati teljessége.
19. Minden elsőrendű formula ekvivalens egy (esetleg bővebb nyelven adott) Skolem-alakú formulával. A skolemizálás algoritmusa.
20. Herbrand univerzum, Skolem-formulák egy halmazának pontosan akkor van modellje, ha van Herbrand-modellje (bizonyítás nélkül).
21.  $\Sigma \stackrel{?}{\models} \varphi$  részleges eldöntése elsőrendű esetben. Az alaprezolúció algoritmusa, és a módszer helyessége.