

BME Felsőbb Matematika (Logika) Vizsgakérdések, 2023 ősz

Az aláhúzott részek bizonyításait is tudni kell.

(A) Bevezető Logika blokk.

1. Nullad- és elsőrendű nyelvek szintaxisa (a nyelvek szimbólumai, formulák, termek).
2. Kiértékelések, struktúrák, a nullad- és elsőrendű formulák jelentése.
3. Egy nulladrendű formula igazsága csak a benne szereplő ítéletváltozóktól függ.
4. Funkcionális teljesség fogalma; a $\{\neg, \wedge, \vee\}$, $\{\neg, \vee\}$, $\{\neg, \wedge\}$, $\{\neg, \Rightarrow\}$ művelethalmazok funkcionálisan teljeseek. A nulladrendű formulák ekvivalensek egy DNF-el ill. KNF-el.
5. Formulák ekvivalenciája, szemantikus következmény fogalma.

(B) Bizonyításelmélet blokk.

6. Az ítéletkalkulus axiómái, következtetési szabálya.
7. A *Ded* operátor lezárási operátor.
8. Dedukciós tétel.
9. Ellentmondásos formulahalmaz fogalma, $\Sigma \vdash \varphi$ pontosan akkor, ha $\Sigma \cup \{\neg\varphi\}$ ellentmondásos; $\Sigma \vdash \neg\varphi$ pontosan akkor, ha $\Sigma \cup \{\varphi\}$ ellentmondásos. Ellentmondásos formulahalmazból minden levezethető.
10. Helyességi tétel (azaz, ha $\Sigma \vdash \varphi$, akkor $\Sigma \models \varphi$).
11. Teljességi tétel (bizonyítás nélkül).

(C) Modellemélet blokk.

12. A kompaktsági tétel két alakja.
13. Az elemi ekvivalencia és izomorfizmus fogalma. Izomorf struktúrák elemien ekvivalensek.
14. Reduktumok. A felszálló Löwenheim-Skolem tétel.
15. Ha \mathcal{A} végtelen struktúra, akkor van vele elemien ekvivalens, nem izomorf másik struktúra.

(D) Rezolúciós blokk.

16. Szemantikus fa fogalma. Egy klózhalmaz pontosan akkor kielégíthetetlen, ha szemantikus fája minden ágán van cáfoló csúcs.
17. A nulladrendű rezolúciós kalkulus, és cáfolati teljessége.
18. Minden elsőrendű formula ekvivalens egy prenex-alakúval.
19. Minden elsőrendű formula ekvivalens egy (esetleg bővebb nyelven adott) Skolem-alakú formulával. A skolemizálás algoritmus.
20. Herbrand univerzum, Skolem-formulák egy halmazának pontosan akkor van modellje, ha van Herbrand-modellje (bizonyítás nélkül).
21. $\Sigma \stackrel{?}{\models} \varphi$ részleges eldöntése elsőrendű esetben. Az alaprezolúció algoritmus, és a módszer helyessége.