Halmazelmélet Gyakorlófeladatok

1. Adjuk meg az $\cup\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\})$ halmazt.

2. Igazoljuk, hogy tetszőleges A, B halmazokra $\quad A \subseteq A \setminus (B \setminus A)$.

3. Tranzitív-e a $\{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ halmaz ? (Indokoljunk.)

4. Az ${}^{\omega}\emptyset$ vagy az ${}^{\emptyset}\omega$ halmaznak van-e több eleme? (Indokoljunk.)

5. Határozzuk meg az $\quad \mathcal{F} = \{x \subseteq \omega : \ |x| = \aleph_0\} \quad$ halmaz számosságát.

6. Igazoljuk, hogy ha κ végtelen számosság, akkor $2^\kappa = 3^\kappa$.

7. Adjuk meg a $\mathcal{P}(\cup\{\{\emptyset\}\})$ halmazt.

8. Igazoljuk, hogy tetszőleges A, B, C halmazokra

$$\overline{(A \cup B) \cap (A \cup C)} \subseteq \overline{(A \cap B) \cup (A \cap C)}.$$

9. Tranzitív-e a $\{\{\{\emptyset\}, \emptyset\}\}$ halmaz ? (Indokoljunk.)

10. Adjuk meg ${}^{\omega}\{\emptyset\}$ összes elemét.

11. Határozzuk meg az

$$\mathcal{F} = \{f : \ f \text{ egy injektív függvény}, dom(f) = \omega, range(f) \subseteq \omega\}$$

halmaz számosságát.

12. Adjunk meg ω-n végtelen sok páronként nem izomorf
(a) irányított gráfot;
(b) rendezési relációt;
(c) csoportot.

13. Adjunk meg ω-n $2^{\aleph_0}$ darab páronként nem izomorf
(a) irányított gráfot;
(b) rendezési relációt;
(c) csoportot.

14. Adjunk meg bijekciókat az alábbi A és B halmazok között:
(a) $A = \mathcal{P}(\omega)$; $\quad B = \{f : \omega \to \omega : \ f$ monoton növő $\}$;
(b) $A = \omega$; $\quad B = \omega$ elemeiből képezhető véges sorozatok;
(c) $A = \omega$; $\quad B = \{f : \omega \to \omega : \ f$ monoton csökkenő $\}$;