Halmazelmlet ZH
BME TTK, 2011 November 14.

1. Igazoljuk, hogy minden A, B, C halmazra teljesül:

$$(A - (B - (A - B))) \cup C = (A \cup C) \cap (C - B).$$

(8 pont)

2. Igazoljuk, hogy A pontosan akkor tranzitív halmaz, ha $\cup A \subseteq A$.

(13 pont)

3. Igazoljuk, hogy van a síknak olyan A részhalmaza, hogy A bármely két elemének racionális a távolsága, de tetszőleges $p \in \mathbf{R}^2 - A$ ponthoz van olyan $q \in A$, hogy p és q távolsága irracionális.

(13 pont)

4. Legyen I végtelen halmaz, és minden $i \in I$-re legyen α_i egy limesz-rendszám. Igazoljuk, hogy $\alpha = sup\{\alpha_i : i \in I\}$ is limeszrendszám.

(13 pont)

5. Legyen $A = \{f : \omega \to \omega, (\forall n \in \omega) f(n) \geq n^3\}$.

Adjunk meg egy injektív $\varphi : \mathcal{P}(\omega) \to A$ függvényt.

(13 pont)

Minden választ indokoljunk !