

Régebbi Matek B2 és B3 zh-k

**Taylor-Sorokkal, Fourier-Sorokkal,
komplex függvények értelmezésével, deriválhatóságával, integráljaival
kapcsolatos feladatai.**

1. Határozzuk meg $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x^{4n+4}}{2^n(4n+4)} \right)$ konvergencia-halmazát és összegfüggvényét.
(2006 december 13)
2. Határozzuk meg a konvergencia középpontját és sugarát: $\sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) (z-i)^n$.
(2006 december 13)
3. Ebben a feladatban x valós változó.
 - (a) Határozzuk meg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n(x)}{\sqrt{n}}$ konvergencia-halmazát.
 - (b) Határozzuk meg $\sum_{n=1}^{\infty} 2nx^{2n-1}$ konvergencia-halmazát és összegfüggvényét.
(2006 október 25)
4. Ebben a feladatban z komplex változó.
 - (a) Határozzuk meg $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^{n^2} (z-i)^n$ konvergencia-középpontját és konvergencia-sugarát.
 - (b) Határozzuk meg $f(z) = z^2 e^{3z}$ Taylor-sorát a 0 körül.
(2006 október 25)
5. Határozzuk meg a következő hatványsor összegfüggvényét és konvergenciahalmazát:
$$\sum_{n=1}^{\infty} 3nx^{3n-1}.$$

(2007 december 11)

6. Legyen f az a 2π szerint periodikus valós függvény, melyre teljesül, hogy

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{ha } x \in (-\pi, 0), \\ 0 & \text{ha } x = 0, \\ 2 & \text{ha } x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

Adjuk meg f Fourier-sorát. (2007 január 5)

7. Legyen f az a 2π szerint periodikus valós függvény, melyre teljesül, hogy minden $x \in (-\pi, \pi]$ -re $f(x) = sh(x)$. Adjuk meg f Fourier-sorát. (2006 december 13)

8. Legyen f az a 2π szerint periodikus valós függvény, melyre teljesül, hogy minden $x \in (-\pi, \pi]$ -re $f(x) = x$. Adjuk meg f Fourier-sorát. (2006 október 25)

9. Legyen $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ az a 2π szerint periodikus függvény, melyre teljesül, hogy

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x \in [-\pi, 0), \\ 0 & \text{ha } x \in [0, \pi). \end{cases}$$

Számítsuk ki f Fourier-sorában $\cos(3x)$ együtthatóját. (2007 december 11)

10. Legyen $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$. Adjuk meg algebrai alakban $(\ln(z))^{1/3}$ -t. (2006 december 13)

11. Adjuk meg algebrai alakban az összes olyan z komplex számot, melyre teljesül, hogy

$$e^{2iz} - 6e^{iz} = -18. \quad (2006 október 25)$$

12. Legyen $u(x, y) = x^4 - 6x^2y^2 + y^4$.

(a) Adjuk meg azt a reguláris komplex f függvényt, melyre $f = u + i \cdot v$ és $f(i) = 1$.

(b) Adjuk meg f' -t is. (2006 október 25)

13. (a) Igazoljuk, hogy az $f(x + iy) = \frac{x}{x^2 + y^2} - i \frac{y}{x^2 + y^2}$ komplex függvény értelmezési tartományának minden pontjában deriválható.

(b) Adjuk meg azt az $f = u + iv$ reguláris komplex függvényt, melyre $u(x, y) = 2x$ és $f(2) = 4 + i$ (2006 december 13)

14. Számítsuk ki: $\int_{|z-i|=\frac{1}{2}} \frac{e^z}{(z^2+1)^2} dz$, a görbe irányítása pozitív.

(2006 december 21)

15. Számítsuk ki (a görbe irányítása pozitív):

$$\int_{|z|=2} \frac{z}{(z-3)(z-i)^2} dz.$$

(2007 január 5)

16. Számítsuk ki (a görbe irányítása pozitív):

$$\int_{|z|=1} \frac{\sin(z)}{z(z-\pi/4)^2} dz$$

(2006 december 13)

17. Számítsuk ki a következő komplex integrált (a görbe irányítása pozitív):

$$\int_{|z-\frac{1}{2}|=1} \frac{e^z}{z^2+1} dz.$$

(2007 december 11)