ELTE TTK Matematika Alapjai Pót-ZH (2. rész)
2020 ősz.

1. Igazoljuk, hogy tetszőleges A, B, C halmazokra

$$A \cap B \ \subseteq\ (A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (B \cup C).$$

(8 pont)

2. Igazoljuk, hogy ha $\mathcal{P}(A)$ tranzitív halmaz, akkor A is tranzitív halmaz.

(10 pont)

3 Az $\langle A_n : n \in \omega \rangle$ halmazrendszerre teljesül, hogy minden $n \in \omega$-ra $A_n \subseteq A_{n+1}$.

(A) Igaz-e, hogy ha $B \subseteq \bigcup\limits_{n\in\omega} A_n$ akkor van olyan $n \in \omega$ melyre $B \subseteq A_n$? Indokoljunk.

(B) Igaz-e, hogy ha $B \subseteq \bigcup\limits_{n\in\omega} A_n$ és B véges, akkor van olyan $n \in \omega$ melyre $B \subseteq A_n$? Indokoljunk.

(10 pont)

4. Adjunk meg egy olyan lineárisan rendezett halmazt, melynek rendezése nem sűrű, de van olyan részstruktúrája, melynek sűrű a rendezése. (Egy rendezés sűrű, ha bármely $a < b$ elempárhoz van olyan c, melyre $a < c < b$.)

(10 pont)

5. Minden $k \in \omega$-ra legyen F_k az ω-n értelmezett, ω-ba képező k-változós függvények halmaza. Igazoljuk, hogy $F_2 \sim F_3$.

(10 pont)

6. Legyen $\mathcal{G} = \langle V, E \rangle$ tetszőleges (akár végtelen alaphalmazú) gráf. Igazoljuk, hogy van olyan $X \subseteq V$, melyre teljesül, hogy az X-beli csúcsok között sosem fut él, de $\mathcal{G}$ minden X-en kívüli csúcsának van X-beli szomszédja.

(12 pont)

Minden választ indokoljunk !