Régebbi Matek B2 zh-k

integráltranszformációval,
lineáris algebrával
kapcsolatos feladatai.

1. (a) Legyen $\phi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ a $z = 0$ síkra való tükrözés. Adjuk meg ϕ mátrixát az $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ bázisban.

   (b) határozzuk meg a következő mátrix inverzét, ha létezik:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(2006 június 2.)

2. Számítsuk ki a következő mátrix négyzetét, sajátértékeit és sajátvektorait:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2006 június 2.)

3. Legyen $f(x, y, z) = \dfrac{ln(z)}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$. Számítsuk ki f integrálját a $z = 1$, z=2, $\dfrac{1}{4} = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 = \dfrac{1}{z^2}$ felületek által határolt korlátos térrészen.

(2006 június 2.)

4. Határozzuk meg a következő egyenletrendszer összes megoldását:

$$\begin{aligned} x + 5y + 3z &= 9 \\ 2x + y + z &= 4 \\ x + 14y + 8z &= 23 \end{aligned}$$

(2007 május 24.)

5. Legyen $\Phi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ az y-tengely körüli, pozitív irányú, $\pi/4$ szögű forgatás. Írjuk fel Φ mátrixát a szokásos bázisban.

(2007 május 24.)

6. Legyen $f(x, y, z) = \dfrac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$ és legyen

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : \ 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4, \ x^2 + y^2 \le z^2, \ z \ge 0\}.$$

Számítsuk ki $\int_V f$-et.

(2007 május 24.)

7. Határozzuk meg a következő mátrix inverzét (ha létezik):

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2007 május 30.)

8. Határozzuk meg a következő mátrix összes sajátértékét és sajátvektorát:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(2007 május 30.)

9. Legyen $f(x, y, z) = x^2$ és legyen

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : \ \ e \le z \le e^2, \ \ x^2 + y^2 \le \sqrt{ln(z)} \ \}.$$

Számítsuk ki $\int_V f$-et.

(2007 május 30.)

10. Legyen $V = \{(x, y, z) : \ x^2 + y^2 \le z^4, \ 0 \le z \le 1\}$ és legyen $f(x, y, z) = x^3$. Számítsuk ki $\int_V f$-t.

(2006 május 19.)

11. Legyen $f(x,y) = ln(1+x^2+y^2)$ és legyen

$$V = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \quad x^2+y^2 \leq 1, \quad |x| \leq y\}.$$

Számítsuk ki f integrálját V-n.

(2007 május 18.)

12. Legyen $V \subseteq \mathbf{R}^3$ a $z=0, \quad z=1, \quad x^2+y^2=z^4$ felületek által határolt korlátos

halmaz és legyen $f(x,y,z) = \dfrac{e^z}{z^3}$. Számítsuk ki f integrálját V-n.

(2007 május 18.)

13. Legyen $V = \{(x,y,z) : \ \frac{1}{4}z^2 \leq x^2+y^2 \leq 4, \ 0 \leq z \leq 4\}$ és legyen $f(x,y,z) = y^2$. Számítsuk ki $\int_V f$-t.

(2006 május 12.)

14. Határozzuk meg a következő mátrix négyzetét és inverzét, ha az létezik:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -11 & -7 \end{pmatrix}.$$

(2007 március 30.)

15. Legyen $\Phi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ az a lineáris leképezés, mely minden ponthoz az

$$x = z, \ y = 0$$

egyenesre vonatkozó tükörképét rendeli. Határozzuk meg Φ mátrixát az $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ bázisban.

(2007 március 30.)

16. Határozzuk meg a következő mátrix rangját, sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat.

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2007 március 30.)

17. Legyen $V = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \ 0 \leq z, \quad z^2 \leq x^2+y^2 \leq 1\}$. Számítsuk ki az $f(x,y,z) = x^4z + x^2y^2z$ függvény integrálját V-n.

(2007 május 11.)