Modellelmélet Házi Feladatok
1. Adag

1. Legyenek $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(I)$ és $\mathcal{G} \subseteq \mathcal{P}(J)$ ultraszűrők. Igazoljuk, hogy az

$$\mathcal{F} \times \mathcal{G} = \{x \subseteq I \times J : \{i \in I : \{j \in J : \langle i, j \rangle \in x\} \in \mathcal{G}\} \in \mathcal{F}\}$$

halmazrendszer egy ultraszűrő az $I \times J$ halmazon.

2. Legyenek $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(I)$ és $\mathcal{G} \subseteq \mathcal{P}(J)$ ultraszűrők. Legyen $\langle \mathcal{A}_{i,j} : i \in I, j \in J \rangle$ azonos típusú strukturák egy rendszere. Igazoljuk, hogy az $I \times J$ halmazon van olyan $\mathcal{H}$ ultraszűrő, hogy

$$\prod_{j \in J} \Big(\prod_{i \in I} \mathcal{A}_{i,j} / \mathcal{F} \Big) / \mathcal{G} \quad \cong \prod_{\langle i,j \rangle \in I \times J} \mathcal{A}_{i,j} / \mathcal{H}.$$

(Útmutatás: használjuk fel az előző feladat állítását.)

3. Legyen $\mathcal{A} = \langle \Re, \leq \rangle$ ahol $\Re$ a valós számok halmaza, $\leq$ pedig a szokásos rendezés. Igaz-e, hogy a valós $(0, 1)$ nyílt intervallum (a szokásos rendezéssel) elemi része $\mathcal{A}$-nak ? Indokoljunk.

2013 Október.