Modellelmélet Vizsgatematika

0. Struktúrák, szűrők, ultraszűrők, ultraszorzat, Łoś-Lemma, elemi ekvivalencia.

(A) Reguláris Ultraszűrők.

1. Struktúrák elemi láncai, a lánc limesze elemien ekvivalens a láncban szereplő struktúrákkal.
2. A kompaktsági tétel ultraszorzatos bizonyítása.
3. Axiomatizálható, és végesen axiomatizálható struktúraosztályok jellemzése.
4. κ-reguláris ultraszűrők létezése.
5. κ-reguláris ultraszűrők szerinti ultrahatványok számossága.
6. Legfeljebb κ-s nyelvű struktúrák κ-reguláris ultraszűrők szerinti ultrahatványai κ^+-univerzálisak.
7. Frayne tétele: két struktúra akkor és csak akkor elemien ekvivalens, ha vannak izomorf limeszű ultraláncaik.

(B) Szaturáltság.

8. κ-szaturált struktúrák gyenge egzisztencia-tétele.
9. Szaturált struktúrák unicitástétele.
10. Megszámlálható nyelvű struktúrák nem $\aleph_1$-teljes ultraszűrők szerinti ultrahatványai $\aleph_1$-szaturáltak.
11. Legfeljebb κ-s nyelvű struktúrák κ-jó, nem $\aleph_1$-teljes ultraszűrők szerinti ultrahatványai κ-szaturáltak.

(C) Jó Ultraszűrők.

12. Végtelen I halmaz felett van olyan $2^{|I|}$ számosságú függvényhalmaz, mely független egy nem $\aleph_1$-teljes szűrő felett.
13. Ha $\mathcal{F}$ független függvényhalmaz a $\mathcal{D}$ szűrő felett, és $x \subseteq I$, akkor $\mathcal{F}$-ből el lehet hagyni véges sok elemet, hogy a maradék független legyen a $\mathcal{D} \cup \{x\}$ vagy a $\mathcal{D} \cup \{I \setminus x\}$ által generált szűrő felett.
14. Ha $|\mathcal{F}| \geq 2$, $f \in \mathcal{F}$ és g monoton függvény, akkor van olyan $\mathcal{D}' \supseteq \mathcal{D}$ szűrő, mely felett $\mathcal{F} \setminus \{g\}$ független, és g-nek van $\mathcal{D}'$-be képező additív finomítása.
15. κ-jó ultraszűrők létezése.

(D) Izomorfizmustétel és Következményei.

16. (Általánosított Kontinuum-Hipotézissel): két struktúra akkor és csak akkor elemien ekvivalens, ha vannak izomorf ultrahatványaik.
17. Svenonius definiálhatósági tétele teljes elméletekre.
18. Szeparációs tétel.
19. Svenonius definiálhatósági tétele tetszőleges elméletekre.
20. Beth definiálhatósági tétele.

(E) Véletlen Struktúrák és $\aleph_0$-kategoricitás.

21. A T_R elmélet konzisztenciája.
22. A T_R elmélet $\aleph_0$-kategorikus.
23. Łoś-Vaught teszt.
24. Véletlen gráfok: T_R véges részeinek van véges modellje; $0-1$ törvény.
25. Bizonyítás nélkül: $\aleph_0$-kategorikus struktúrák jellemzése (automorfizmus-csoportjukkal, típusok számával, stb.).
26. T_R végtelen modelljeiben minden végtelen X halmaz felett $2^{|X|}$ darab típus van. A stabilitás definíciója.

2010 december.