Modellelmélet Vizsgatematika

(A) Elemi ekvivalencia, Láncok.

0. Struktúrák, izomorfizmus, elemi ekvivalencia.
1. Példa kölcsönösen elemien egymásba ágyazható, nem izomorf struktúrákra.
2. Láncok, elemi lánc limesze elemien ekvivalens a láncban szereplő struktúrákkal.
3. Szűrők, ultraszűrők definíciója; fő ultraszűrők, véges metszet tulajdonság, kiterjesztési tétel, végtelen halmaz felett vannak nemfő ultraszűrők.
4. Direktszorzat, és ultraszorzat definíciója; Łoś-Lemma.

(B) Reguláris Ultraszűrők.

5. κ-reguláris ultraszűrők definíciója és létezése.
6. A kompaktsági tétel ultraszorzatos bizonyítása.
7. Axiomatizálható struktúraosztályok jellemzése.
8. κ-reguláris ultraszűrők szerinti ultrahatványok számossága.
9. Legfeljebb κ-s nyelvű struktúrák κ-reguláris ultraszűrők szerinti ultrahatványai κ^+-univerzálisak.
10. Frayne tétele: két struktúra akkor és csak akkor elemien ekvivalens, ha vannak izomorf limeszű ultraláncaik.

(C) Szaturáltság.

11. κ-szaturált struktúrák gyenge egzisztencia-tétele.
12. Szaturált struktúrák unicitástétele.
13. Legfeljebb κ-s nyelvű struktúrák κ-jó, nem $\aleph_1$-teljes ultraszűrők szerinti ultrahatványai κ-szaturáltak.

(D) Jó Ultraszűrők.

14. Ha I végtelen, akkor van $2^{|I|}$ számosságú függvényhalmaz, mely független egy nem $\aleph_1$-teljes szűrő felett.
15. Ha $\mathcal{F}$ független függvényhalmaz a $\mathcal{D}$ szűrő felett, és $x \subseteq I$, akkor $\mathcal{F}$-ből el lehet hagyni véges sok elemet, hogy a maradék független legyen a $\mathcal{D} \cup \{x\}$ vagy a $\mathcal{D} \cup \{I \setminus x\}$ által generált szűrő felett.
16. Ha $|\mathcal{F}| \geq 2, f \in \mathcal{F}$ és g monoton függvény, akkor van olyan $\mathcal{D}' \supseteq \mathcal{D}$ szűrő, mely felett $\mathcal{F} \setminus \{g\}$ független, és g-nek van $\mathcal{D}'$-be képező additív finomítása.
17. κ-jó ultraszűrők létezése.
18. (Általánosított Kontinuum-Hipotézissel): két struktúra akkor és csak akkor elemien ekvivalens, ha vannak izomorf ultrahatványaik.

(E) Véletlen Struktúrák és $\aleph_0$-kategoricitás.

19. A T_R elmélet konzisztenciája.
20. A T_R elmélet $\aleph_0$-kategorikus. Oligomorf permutációcsoport definíciója.
21. Ha $\mathcal{A} \models T_R$ és $|A| = \aleph_0$, akkor $\mathcal{A}$-nak oligomorf az automorfizmuscsoportja. Bizonyítás nélkül: $\aleph_0$-kategoricitás jellemzése.
22. Véletlen gráfok; a T_R-beli formulák aszimptotikus valószínűségei.
23. Łoś-Vaught teszt; $0-1$ törvény.

2013 december.