

Modellelmélet Vizsgatematika

(A) Elemi ekvivalencia, Láncok, Szűrők.

1. Struktúrák, izomorfizmus, elemi ekvivalencia, elemi rész, Loś-Vaught teszt.
2. Láncok, elemi lánc limesze elemien ekvivalens a láncban szereplő struktúrákkal.
3. Szűrők, ultraszűrők definíciója; fő ultraszűrők, véges metszet tulajdonság, kiterjesztési tétel, végtelen halmaz felett vannak nemfő ultraszűrők.
4. Direktszorzat, és ultraszorzat definíciója; Loś-Lemma.

(B) Reguláris Ultraszűrők.

5. κ -reguláris ultraszűrők definíciója és létezése.
6. A kompaktsági tétel ultraszorzatos bizonyítása.
7. Elsőrendben axiomatizálható struktúraosztályok jellemzése.
8. Ultratopológiák.
9. Másodrendű egzisztenciális formulákkal axiomatizálható struktúraosztályok jellemzése.
10. κ -reguláris ultraszűrők szerinti ultrahatványok számossága.
11. Legfeljebb κ -s nyelvű struktúrák κ -reguláris ultraszűrők szerinti ultrahatványai κ^+ -univerzálisak.
12. Frayne tétele: két struktúra akkor és csak akkor elemien ekvivalens, ha vannak izomorf limeszű ultraláncaik.

(C) Szaturáltság.

13. Típusok, elemi leképezések; típusok elemi leképezések szerinti képe típus marad.
14. Szaturált struktúrák unicitástétele.
15. Szaturált struktúrák gyenge egzisztencia-tétele.
16. Megszámítható nyelvű struktúrák nem \aleph_1 -teljes ultraszűrők szerinti ultrahatványai \aleph_1 -szaturáltak.
17. Legfeljebb κ -s nyelvű struktúrák κ -jó, nem \aleph_1 -teljes ultraszűrők szerinti ultrahatványai κ -szaturáltak.

(D) Jó Ultraszűrők.

18. Ha I végtelen, akkor van $2^{|I|}$ számosságú függvényhalmaz, mely független $\{I\}$ felett, illetve az I feletti Frechet-szűrő felett.
19. Ha \mathcal{F} független függvényhalmaz a \mathcal{D} szűrő felett, és $x \subseteq I$, akkor \mathcal{F} -ből el lehet hagyni véges sok elemet, hogy a maradék független legyen a $\mathcal{D} \cup \{x\}$ vagy a $\mathcal{D} \cup \{I \setminus x\}$ által generált szűrő felett.
20. Ha $|\mathcal{F}| \geq 2$, $f \in \mathcal{F}$ és g monoton függvény, akkor van olyan $\mathcal{D}' \supseteq \mathcal{D}$ szűrő, mely felett $\mathcal{F} \setminus \{g\}$ független, és g -nek van \mathcal{D}' -be képező additív finomítása.
21. κ -jó ultraszűrők létezése.
22. (Általánosított Kontinuum-Hipotézissel): két struktúra akkor és csak akkor elemien ekvivalens, ha vannak izomorf ultrahatványaik.
23. Svenonius definiálhatósági tétele (abban a speciális esetben, ha az elmélet teljes).

2021 december.