

Nemstenderd Analízis Feladatok, 3.

1. Legyenek az^n és bz^m *-monomok. Igaz-e, hogy ha $az^n \ll bz^m$, akkor $anz^{n-1} \ll bmbz^{m-1}$? Indokoljunk.

2. Legyen $h : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ adott folytonos függvény, és legyen $\varphi(f) = \int_0^1 h(x, f(x))dx$. Rögzített f esetén legyen

$$L_f(g) = \int_0^1 \partial_2 h(x, f(x))g(x)dx.$$

Igazoljuk, hogy “ φ -nek az f pontban az L_f lineáris operátor a deriváltja” az alábbi értelemben: van olyan $\varepsilon : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ függvény, hogy egyrészt sup -normában

$$\lim_{u \rightarrow 0} \varepsilon(u) = 0,$$

másrészt

$$\varphi(f) - \varphi(g) = L_f(f - g) + \int_0^1 (f(x) - g(x))\varepsilon(f - g)(x)dx.$$

2014 december.