Topológia Minta ZH, BME 2012 tavasz

April 2, 2012

1. Igazoljuk, hogy minden véges alaphalmazú T_1-tér diszkrét.

2. Igazoljuk, hogy ha minden $i \in I$-re A_i zárt részhalmaz $\langle X_i, \tau_i \rangle$-ben, akkor $\prod_{i \in I} A_i$ zárt részhalmaz $\prod_{i \in I} X_i$-ben.

3. Legyen $\langle X, \varrho \rangle$ metrikus tér és legyen $A \subseteq X$. Igazoljuk, hogy

$$cl(A) = \{b \in X : inf\{\varrho(b, c) : c \in A\} = 0\}.$$

4. Legyen $\tau = \{x \subseteq \mathbf{N} : \mathbf{N} \setminus x \text{ véges }\}$. Metrizálható-e az $\langle \mathbf{N}, \tau \rangle$ tér ? Indokoljunk.

5. Legyen n rögzített pozitív egész szám. Ha $A, B \subseteq \mathbf{R}^n$, akkor

$$A + B \stackrel{def}{=} \{x + y : x \in A, y \in B\}.$$

Igazoljuk, hogy $\mathbf{R}^n$ ívszerűen összefüggő részhalmazainak előbbi értelemben vett összege ívszerűen összefüggő (itt $\mathbf{R}^n$-t a szokásos, Euklideszi metrikának megfelelő topológiával láttuk el).