

BME TTK Topológia Vizsgakérdések

1. Topologikus tér definíciója, bázis, szubbázis. Szubbázis által generált topológia. Folytonosság, homeomorfizmus definíciója.
2. Topológiai bizonyítás végtelen sok prímszám létezésére.
3. Környezet, környezetbázis, pontban való folytonosság, és kapcsolata a folytonossággal. Az altértopológia, és jellemzése.
4. A direktszorzat és jellemzése. Ha egy teret egy direktszorzat minden tényezőjébe folytonosan bele lehet képezni, akkor a direktrszorzatba is bele lehet folytonosan képezni.
5. A faktortér és jellemzése. Minden folytonos függvény előáll egy folytonos injektív és egy természetes leképezés kompozíciójaként.
6. Szétválasztási axiómák, kapcsolataik és jellemzéseik.
7. Megszámlálhatósági axiómák. A w és d függvények. Becslés Hausdorff-terek méretére d segítségével.
8. Elégséges feltétel a normalitáshoz. Reguláris M_2 -tér normális.
9. A normális terek Tyihonov-terek (Uriszon-lemma), a Tyihonov-terek regulárisak.
10. Metrizálható terek megszámlálható szorzata metrizálható.
11. Uriszon metrizációs tétele.
12. σ -diszkrét halmazrendszerek. Zárt halmazok diszkrét rendszerének uniója zárt.
13. Bing metrizációs tételének első fele: elégséges feltétel a metrizálhatóságra.
14. Bing metrizációs tételének második fele: szükséges feltétel a metrizálhatóságra.
15. Összefüggőség, és jellemzése diszkrét értékű függvényekkel. Összefüggő halmaz folytonos képe összefüggő. Az egységintervallum összefüggő. A \sim reláció ekvivalencia reláció, az ekvivalencia-osztályok jellemzése.
16. Ívszerű összefüggőség, \sim_0 ekvivalencia reláció, ívszerűen összefüggő halmazok összefüggők.
17. A Brouwer-tulajdonság; homeomorf terek egyszerre Brouwer-tulajdonságúak, vagy nem. Lemma a háromszöglemez zárt részhalmazokkal való fedéseiről.
18. Brouwer fixpont-tétele. Egyszeres összefüggőség. A körgyűrű nem egyszeresen összefüggő.
19. A homotópia fogalma. A homotópia ekvivalencia reláció. Homotóp görbék a megfelelő függvényterek azonos ívszerűen összefüggő komponensében vannak.
20. Az egyszeresen összefüggő halmazok jellemzése.
21. Kompakt és Lindelöf-terek. Kompakt (Lindelöf) terek folytonos képe kompakt (Lindelöf). Kompakt terekben minden megszámlálhatóan végtelen halmaznak van teljes felhalmozódási pontja.
22. A kompaktság jellemzése (ekvivalens feltétele) topologikus terekben.
23. Kompaktság jellemzése (ekvivalens feltételei) metrikus terekben.
24. Kompaktság véges dimeziós normált terekben. Minden kompakt Hausdorff-tér normális.
25. Tyihonov tétele: kompakt terek szorzata kompakt.
26. Tyihonov tételéből következik a kiválasztási axióma.
27. Parakompaktság fogalma. Minden metrikus tér parakompakt. Egységosztás fogalma és létezése parakompakt Hausdorff-terekben (bizonyítás nélkül).
28. Baire kategória-tétele kompakt Hausdorff, és teljes metrikus terekre.
29. A Banach-Mazurkiewicz tétel.