

BME TTK Topológia Vizsgakérdések

(A) alafogalmak.

1. Topologikus tér definíciója, bázis, szubbázis. Szubbázis által generált topológia. Folytonosság, homeomorfizmus definíciója.
2. Környezet, környezetbázis, pontban való folytonosság, és kapcsolata a folytonossággal. Az altértopológia, és jellemzése.
3. A direktszorzat és jellemzése. Ha egy teret egy direktszorzat minden tényezőjébe folytonosan bele lehet képezni, akkor a direktrszorzatba is bele lehet folytonosan képezni.
4. A faktortér és jellemzése. Minden folytonos függvény előáll egy folytonos injektív és egy természetes leképezés kompozíciójaként.
5. Szétválasztási axiómák, kapcsolataik és jellemzéseik.
6. Megszámlálhatósági axiómák. A w és d függvények. Becslés Hausdorff-terek méretére d segítségével.

(B) Metrizálhatóság.

7. Elégséges feltétel a normalitáshoz. Reguláris M_2 -tér normális.
8. A normális terek Tyihonov-terek (Uriszon-lemma), a Tyihonov-terek regulárisak.
9. Metrizálható terek megszámlálható szorzata metrizálható.
10. Uriszon metrizációs tétele.
11. Tietze tétele.

(C) Összefüggőség.

12. Összefüggőség, és jellemzése diszkrét értékű függvényekkel.
13. Összefüggő halmaz folytonos képe összefüggő. Az egységintervallum összefüggő.
14. Ívszerű összefüggőség, ívszerűen összefüggő halmazok összefüggőek.
15. A homotópia fogalma. A homotópia ekvivalencia reláció. A fundamentális csoport.
16. Homotóp görbék a megfelelő függvényterek azonos ívszerűen összefüggő komponensében vannak.
17. A Brouwer-tulajdonság; homeomorf terek egyszerre Brouwer-tulajdonságúak, vagy nem. Brouwer fixpont-tétele.
18. Egyszeres összefüggőség és jellemzései. A körgyűrű nem egyszeresen összefüggő.

(D) Kompaktság.

19. Kompakt és Lindelöf-terek. Kompakt (Lindelöf) terek folytonos képe kompakt (Lindelöf). Kompakt terekben minden megszámlálhatóan végtelen halmaznak van teljes felhalmozódási pontja.
20. A kompaktság jellemzése (ekvivalens feltétele) topologikus terekben.
21. Kompaktság jellemzése (ekvivalens feltételei) metrikus terekben.
22. Kompaktság véges dimeziós normált terekben. Minden kompakt Hausdorff-tér normális.
23. Tyihonov tétele: kompakt terek szorzata kompakt.
24. Baire kategória-tétele kompakt Hausdorff, és teljes metrikus terekre.
25. A Banach-Mazurkiewicz tétel (vázlata).

(E) Generikus automorfizmusok.

26. A Rado-gráf: kombinatorikus és sztochasztikus definíciók és ekvivalenciájuk.
27. A Rado-gráf automorfizmuscsoportja, mint topologikus csoport (teljesség és metrizálhatóság).
28. A Truss-Hrushovski tétel ekvivalens gyengén generikus automorfizmusok létezésével.
29. Baire kategória-tétele miatt a Rado-gráfnak vannak gyengén generikus automorfizmusai (vázlat).